

Гильмуллин, М. Ф. Медианта двух дробей: «сумма первокурсника» // Математика с Мансур-абый. 2026. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-16b5a4e33afd-ru/>. Дата публикации: 21.04.2026.

ОЧЕРК

# Медианта двух дробей: «сумма первокурсника»

В математике медиантой двух дробей  $a/b$  и  $c/d$  называется новая дробь, числитель которой равен сумме числителей, а знаменатель — сумме...

Мансур Гильмуллин · 21.04.2026 · RU

Статья на сайте журнала

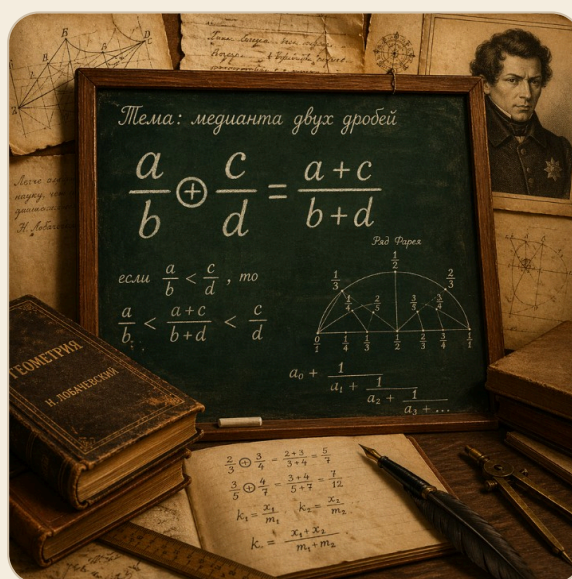


Иллюстрация к теме «суммы первокурсника» · [Источник](#)

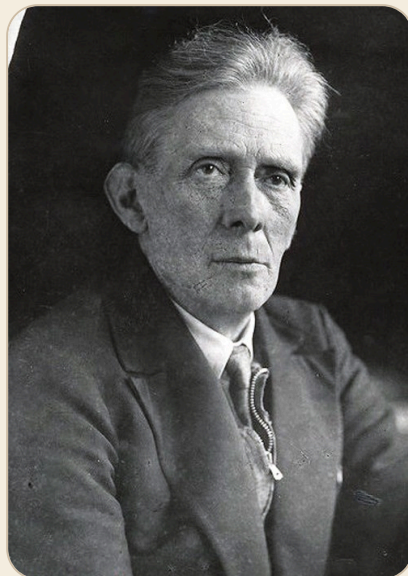
В математике **медиантой двух дробей**  $a/b$  и  $c/d$  называется новая дробь, числитель которой равен сумме числителей, а знаменатель — сумме знаменателей исходных дробей:

$$a/b \oplus c/d = (a + c)/(b + d)$$

Конечно, дроби в обычной арифметике так не складывают. Именно поэтому такую операцию в шутку иногда называют «суммой первокурсника» (обозначим её символом  $\oplus$ ). Но любопытно, что эта мнимая ошибка вовсе не бессмысленна. В ряде задач она оказывается вполне естественным и полезным вычислительным приёмом.

Само слово «медианта» происходит от французского *médiate* и буквально означает нечто срединное, промежуточное.

Понятие медианты двух дробей было введено А. Я. Хинчиным в теории цепных дробей. Оно понадобилось для более ясного понимания взаимного расположения дробей и алгоритма построения промежуточных дробей наряду с подходящими дробями.



Александр Яковлевич Хинчин (1894–1959). Основоположник советской школы теории вероятностей · [Источник](#)

**Александр Яковлевич Хинчин** (1894–1959) — выдающийся советский математик, один из основоположников советской школы теории вероятностей. Но его имя связано не только с вероятностью: он много сделал и для теории чисел, и для теории цепных дробей.

У медианты есть замечательное свойство. Если две дроби имеют положительные знаменатели и одна меньше другой, то медианта оказывается строго между ними.

Если  $a/b < c/d$ , то  $a/b < (a + c) / (b + d) < c/d$ .



Морис Клайн (1908–1992) · [Источник](#)

Это простое, но красивое свойство легко доказывается алгебраически и уже само по себе объясняет, почему медианта играет такую важную роль в построении промежуточных дробей.

Любопытно, что к медианте с другой стороны подошёл и Морис Клайн, американский математик и историк математики. В книге «Математика. Утрата определённости» он фактически заново обращает внимание на эту операцию, предлагая своеобразную «новую арифметику» дробей на практических примерах.

**Морис Клайн** (1908–1992) — американский математик, известный своими работами по истории и философии математики, математическому образованию и научно-популярной литературе. Много лет он был профессором Нью-Йоркского университета.

В книге Клайн пишет:

---

*«Для описания многих физических ситуаций неприменимы не только свойства целых чисел — на практике нередко приходится прибегать к совсем иной арифметике дробных чисел».*

---

*Предположим, что в одной игре нападающий трижды пробил по воротам противника, а в другой игре — четыре раза. Сколько раз всего он бил по воротам противника? Подсчитать нетрудно: всего он бил по воротам противника 7 раз. Предположим, что в первой игре наш нападающий забил 2 гола, а во второй — 3 гола. Сколько голов он забил за две игры? И на этот раз ответ получить легко: за две игры он забил  $2 + 3 = 5$  голов. Но и болельщиков, и самого игрока обычно интересует **средняя результативность**, т. е. отношение числа забитых голов к числу ударов по воротам противника. В первой игре это отношение было равно  $\frac{2}{3}$ , во второй —  $\frac{3}{4}$ . Предположим, что нападающий или болельщик хочет по этим данным вычислить среднюю результативность за две игры. Некоторые полагают, что для этого необходимо лишь сложить оба отношения по обычным правилам сложения дробей, т. е. составить сумму  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{12}$ .*

*Но полученный таким образом результат явно лишён всякого смысла: ни один нападающий из 12 ударов по воротам противника не может забить 17 голов! Ясно, что обычные правила сложения дробей непригодны для подсчёта средней результативности: средняя результативность за две игры не совпадает с суммой средних результативностей, вычисленных для каждой из игр в отдельности.*

Каким же образом, зная результативность нападающего в каждой из двух игр в отдельности, правильно вычислить его среднюю результативность за две игры? Для этого необходимо воспользоваться новым правилом сложения дробей. Мы знаем, что результативность нападающего по двум играм составляет  $\frac{5}{7}$ , а в первой и во второй играх равна соответственно  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{4}$ . Нетрудно видеть, что, сложив отдельно числители и знаменатели слагаемых, мы получим новую дробь, дающую правильный ответ:  $\frac{2}{3} \oplus \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$  (знак плюс, который мы не случайно обвели кружком, означает здесь, что числители и знаменатели суммируются отдельно).

---

М. Клайн «Математика. Утрата определённости», с. 111, «Футбол»

Один из самых понятных примеров связан с футболом. Если в одной игре игрок трижды пробил по воротам и забил дважды, его результативность равна  $2/3$ . Если во второй игре он забил 3 мяча после 4 ударов, результативность равна  $3/4$ .

Средняя результативность за две игры считается не как сумма дробей по школьному правилу, а как отношение общего числа голов к общему числу ударов, то есть медианты дробей:

$$2/3 \oplus 3/4 = (2 + 3)/(3 + 4) = 5/7$$

Здесь всё совершенно естественно и логично: складываются не дроби сами по себе, а реальные величины, стоящие за ними, то есть голы и удары. Поэтому результат  $5/7$  в таком контексте осмыслен, а вот  $17/12$ , полученное обычным сложением дробей  $2/3$  и  $3/4$ , никакого отношения к средней результативности уже не имеет.

---

Ещё чаще встречается другое применение нового правила сложения дробей. Предположим, что автомобиль проезжает 50 км за 2 ч и 100 км за 3 ч. С какой средней скоростью автомобиль пройдёт оба отрезка пути? Можно было бы рассуждать так: расстояние 150 км автомобиль проезжает за 5 ч, поэтому его средняя скорость составляет 30 км/ч. Но часто бывает удобнее вычислять средние скорости всего пробега по средним скоростям на отдельных участках маршрута. Средняя скорость на первом участке равна  $(50/2)$  км/ч, а на втором —  $(100/3)$  км/ч. Сложив отдельно числители и знаменатели этих дробей, мы получим правильную среднюю скорость всего пробега.

---

М. Клайн «Математика. Утрата определённости», с. 111, «Скорость»

Похожая ситуация возникает и при подсчёте средней скорости на двух участках пути. Если автомобиль прошёл расстояния  $S_1$  и  $S_2$  за времена  $t_1$  и  $t_2$ , то средняя скорость на всём пути равна

$$V = S_1/t_1 \oplus S_2/t_2 = (S_1 + S_2)/(t_1 + t_2)$$

то есть снова определяется по правилу медианты соответствующих дробей  $S_1/t_1$  и  $S_2/t_2$ .

---

*Предложенное нами правило «сложения» дробей оказывается полезным и в других ситуациях. Продавец, ведущий учёт эффективности своей торговли, может заметить, например, что в первый день покупки сделали 3 из 5 посетителей, а во второй день — 4 из 7. Чтобы вычислить эффективность торговли за два дня, т. е. найти отношение числа покупок к общему числу посетителей, продавец должен сложить  $\frac{3}{5}$  и  $\frac{4}{7}$  по тому же правилу, по которому нападающий вычислял свою результативность за две игры. За два дня покупки сделали 7 посетителей из 12, а  $\frac{7}{12} = \frac{3}{5} \oplus \frac{4}{7}$ , где знак плюс означает сложение отдельно числителей и отдельно знаменателей.*

---

*М. Клайн «Математика. Утрата определённости», с. 111, «Торговля»*

Точно так же можно рассуждать и в торговле. Если в первый день покупки сделали 3 из 5 посетителей, а во второй день — 4 из 7, то общая эффективность за два дня равна не сумме  $3/5$  и  $4/7$  в арифметическом смысле, а отношению общего числа покупок к общему числу посетителей:

$$(3 + 4)/(5 + 7) = 7/12$$

То есть и здесь работает медианта.

Ещё более наглядный пример — растворы. Если взять два раствора соли, один концентрации 10%, а другой 20%, то при смешивании нельзя получить концентрацию 30%. Итоговая концентрация обязательно окажется между исходными значениями.

Если  $k_1 = x_1/m_1$  и  $k_2 = x_2/m_2$  — концентрации двух растворов, где  $x_1$  и  $x_2$  — массы соли, а  $m_1$  и  $m_2$  — массы растворов, то концентрация смеси равна

$$k = (x_1 + x_2)/(m_1 + m_2)$$

Это опять медианта. Здесь буквально складываются массы растворённой соли и массы самих растворов. Поэтому итог и оказывается промежуточным.

Такой взгляд полезен педагогически. Он показывает, что «неправильная операция» иногда может стать «правильной», если поменяется сама задача. Медианта — хороший пример того, как математика учит не просто механически применять формулы, а понимать смысл вычисления.

С медиантой связан и [ряд Фарея](#), о котором в блоге уже был отдельный материал. Если взять две дроби и затем многократно вставлять между соседними дробями их медианты, то возникает красивое семейство рациональных чисел, связанное с приближениями, порядком дробей и теорией чисел.

Наконец, слово «медианта» живёт и вне арифметики дробей. В музыке так называется одна из тональных функций в мажорно-минорной системе. А во французской кулинарной традиции *médians* — это небольшие шоколадные диски с орехами и сухофруктами, конфеты буквально «на один укус».

Такова судьба одного, на первый взгляд, странного вычислительного действия. В школьной тетради оно может показаться ошибкой, но в более широком математическом и практическом контексте оказывается вполне осмысленным инструментом. И, как это нередко бывает, за маленькой формулой неожиданно открывается целый круг связей: цепные дроби, прикладные расчёты, ряды Фарея и даже музыкальная терминология.

 [Математика с Мансур-абый](#)