



Гильмуллин, М. Ф. Проблема комбинаторики: задача Киркмана о школьницах // Математика с Мансур-абый. 2024. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-3baa380bee70-ru/>. Дата публикации: 08.10.2024.

ЗАДАЧА

Проблема комбинаторики: задача Киркмана о школьницах

Задача о 15 школьницах долгое время считалась одной из самых знаменитых проблем в комбинаторике. Её предложил Томас Пеннингтон Киркман...

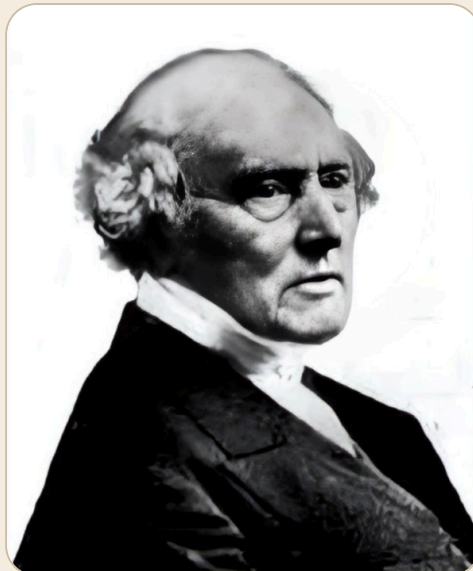
Мансур Гильмуллин · 08.10.2024 · RU

[Статья на сайте журнала](#)



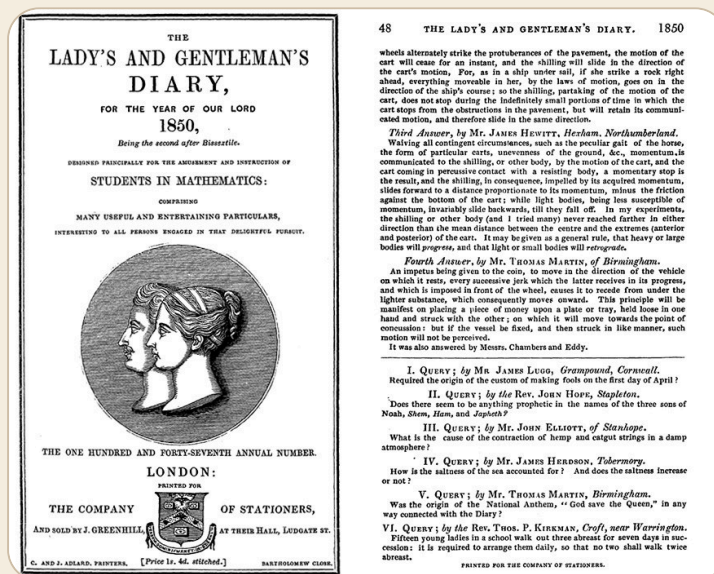
· [Источник](#)

Задача о 15 школьницах долгое время считалась одной из самых знаменитых проблем в комбинаторике. Её предложил Томас Пеннингтон Киркман (1806–1895) — английский математик, алгебраист, член Лондонского королевского общества (1881). Его труды являются первым систематическим изложением элементов теории групп на английском языке. Также он внёс большой вклад в комбинаторику.



Томас Пеннингтон Киркман (Thomas Pennyngton Kirkman, 1806–1895) — английский математик. Окончил Дублинский университет (1833). Самостоятельно изучал математику. С 1839 был приходским священником · [Источник](#)

Задача о 15 школьницах была опубликована в 1850 году как Вопрос VI в журнале The Lady's and Gentleman's Diary (журнал занимательной математики, издававшийся между 1841 и 1871 годами).



Обложка и страница из журнала The Lady's and Gentleman's Diary за 1850 г. с оригинальной публикацией задачи Киркмана о школьницах (6-й вопрос на странице справа внизу) · [Источник](#)

Задача формулируется так:

«Пятнадцать молодых девушек в школе прогуливаются по три в ряд семь дней, каждый день. Требуется распределить их на каждую прогулку так, чтобы никакие две девушки не шли в том же ряду».

(Fifteen young ladies in a school walk out three abreast for seven days in succession: it is required to arrange them daily, so that no two shall walk twice abreast).

В силу своей ложной простоты задача быстро стала знаменитой.

Одно из возможных решений приведено в таблице ниже. В ней девушки пронумерованы от 0 до 14.

ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
0, 1, 4	1, 2, 5	4, 5, 8	2, 4, 10	4, 6, 12	10, 12, 3	0, 5, 10
2, 3, 6	3, 4, 7	6, 7, 10	3, 5, 11	5, 7, 13	11, 13, 4	1, 6, 11
7, 8, 11	8, 9, 12	11, 12, 0	6, 8, 14	8, 10, 1	14, 1, 7	2, 7, 12
9, 10, 13	10, 11, 14	13, 14, 2	7, 9, 0	9, 11, 2	0, 2, 8	3, 8, 13
12, 14, 5	13, 0, 6	1, 3, 9	12, 13, 1	14, 0, 3	5, 6, 9	4, 9, 14

Одно из решений задачи Киркмана о школьницах. Девушки пронумерованы от 0 до 14 · [Источник](#)

Известно, что существует семь неизоморфных решений этой задачи о 15 школьницах.

(Изоморфизм — это биективное отображение между множествами с одинаковой структурой, сохраняющее эту структуру).

Первое решение опубликовал Артур Кэли (1850). За ним быстро последовало решение самого Киркмана (1850). Оно было дано как специальный случай его комбинаторного размещения, опубликованного тремя годами ранее (1847). Д. Д. Сильвестр также исследовал эту задачу. Головоломка появилась в нескольких занимательных математических книгах.

Комбинаторные схемы стали очень популярны и применялись даже в мошенничествах с азартными играми. Была история, когда преступный картель заработал миллионы долларов за семь лет, скупая билеты со всеми возможными комбинациями 5 из 46 в лотерее 6 из 46, если стоимость билетов была ниже, чем дополнительные бонусы за выигрыш 5 из 46 плюс вероятность выигрыша джекпота.

Другое решение задачи даётся XOR-тройками. Если девушек перенумеровать двоичными числами от 0001 до 1111, следующее распределение является решением, таким, что для любых трёх девушек, образующих группу, побитное XOR двух чисел даёт третье.

(Побитовое исключающее «ИЛИ» (XOR) — бинарная операция, действие которой эквивалентно применению логического исключающего «ИЛИ» к каждой паре битов, которые стоят на одинаковых позициях в двоичных представлениях операндов.)

ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001
0100	0110	1000	1010	1100	1110	0010
0101	0111	1001	1011	1101	1111	0011
0010	0010	0010	0010	0010	0010	0100
1000	1001	1100	1101	0100	0101	1000
1010	1011	1110	1111	0110	0111	1100
0011	0011	0011	0011	0011	0011	0101
1101	1100	0101	0100	1001	1000	1010
1110	1111	0110	0111	1010	1011	1111
0110	0100	0100	0101	0101	0100	0110
1001	1010	1011	1001	1011	1001	1011
1111	1110	1111	1100	1110	1101	1101
0111	0101	0111	0110	0111	0110	0111
1011	1000	1010	1000	1000	1010	1001
1100	1101	1101	1110	1111	1100	1110

Решение задачи Киркмана о школьницах используя XOR-тройки · [Источник](#)

Задача была обобщена и на другие начальные условия: есть n школьниц, нужно создать группы размером k , так что наборы из t девушек никогда не встречались дважды в одной группе. Такая формулировка задачи называется схемой (n, k, t) . Задача решается при некоторых условиях и не решается при некоторых других. За минувшие годы решение стало известно для многих сочетаний (n, k, t) , которые были проверены либо алгебраически, либо перебором на компьютерах.

В результате, головоломка о школьницах помогла сформировать новое направление математики: комбинаторные схемы. Эти схемы стали методом, который применяется сейчас в кодах коррекции ошибок в информатике, криптографии, сельском хозяйстве, спорте, дизайне. Например, классический код Хэмминга для коррекции ошибок использует решение задачи про школьниц.