



Гильмуллин, М. Ф. Парадоксы Зенона Элейского // Математика с Мансур-абый. 2025. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-4d074852e9b8-ru/>. Дата публикации: 09.03.2025.

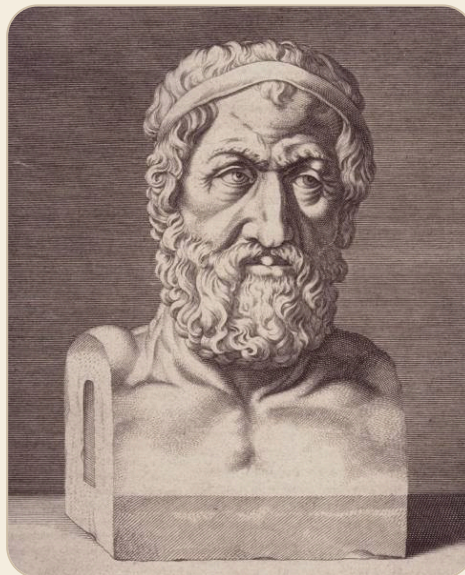
ОЧЕРК

Парадоксы Зенона Элейского

С давних времён для познания картины мира философы вводили категории «движение» и «покой», «непрерывность» и «дискретность»...

Мансур Гильмуллин · 09.03.2025 · RU

[Статья на сайте журнала](#)



Репродукция гравюры, опубликованной в книге Diogenis Laertii De Vitis (1692) Марка Мейбомиуса · [Источник](#)

С давних времён для познания картины мира философы вводили категории «движение» и «покой», «непрерывность» и «дискретность», «бесконечное» и «конечное». Вселенная бесконечна, бесконечно разнообразие форм окружающего мира, бесконечно время, а его непрерывное течение измеряется дискретными величинами.

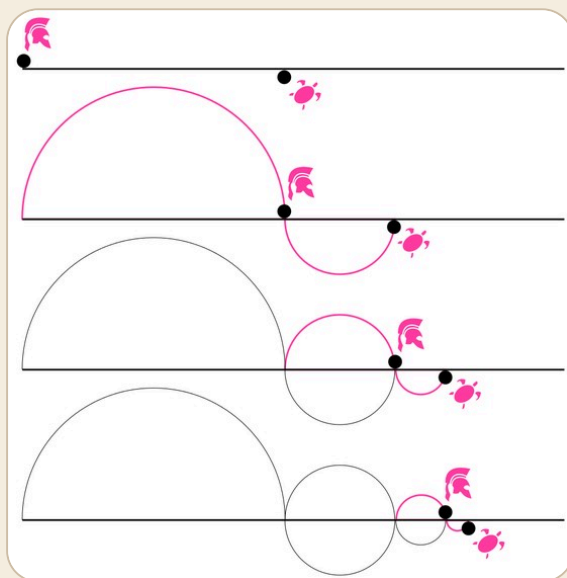
Все эти категории существуют и в математике: числовой ряд — бесконечен, прямая — бесконечна. С проблемой бесконечных процедур и величин греческие учёные столкнулись и при попытках квадрирования и спрямления, то есть вычисления площадей фигур и длин линий.

При дедуктивном построении математики неизбежна ссылка на категорию бесконечности. Особое значение она приобрела с открытием несоизмеримости. Различные учёные по-разному решали проблемы бесконечности. Отсутствие чётких правил его использования нередко приводило к противоречиям. Встал вопрос о возможности дедуктивного изложения математики.

Не обошли эти категории и греческие философы-математики, например, Анаксагор (V в. до н. э.) и Демокрит (ок. 460–380 гг. до н. э.).

Возникшие трудности ярко представлены в парадоксах (или апориях, антиномиях) Зенона Элейского (ок. 490–430 гг. до н. э.) — древнегреческого философа. Их сформулировал и подробно изучал Аристотель. Из 45 апорий (от греч. *απορία* — трудность) до нас дошли только 9. Они подчёркивают противоречия в объяснении движения и времени с использованием бесконечности, но не пытаются решить их.

1. «Ахиллес и черепаха»

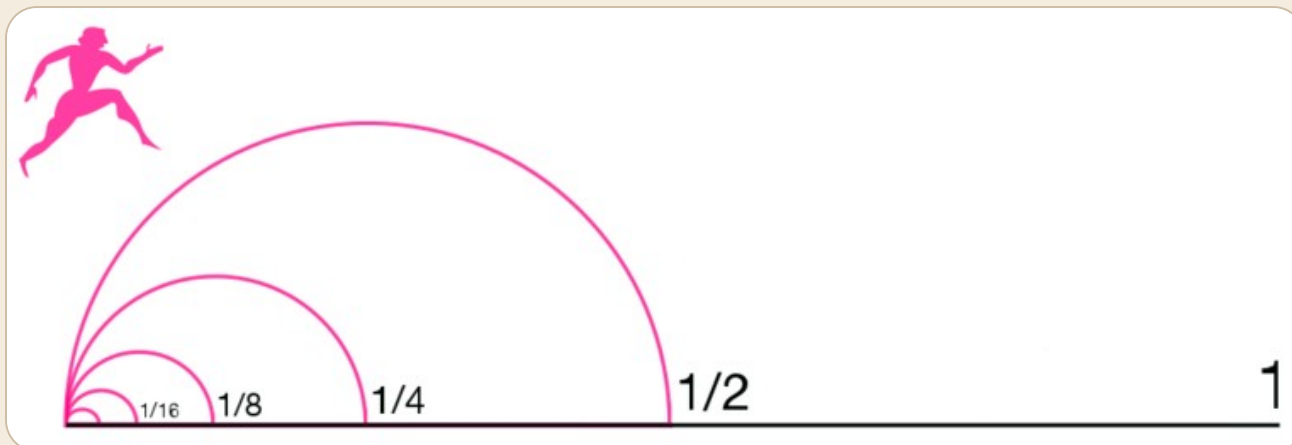


Схематичный рисунок к апории «Ахиллес и черепаха» · [Источник](#)

«Быстроногий Ахиллес никогда не догонит черепаху, если в начале движения черепаха находилась на некотором расстоянии впереди него».

Ахиллес быстрее черепахи, но, чтобы её догнать, ему надо сначала пройти точку C , из которой черепаха начала движение. Когда Ахиллес попадёт в C , черепаха переместится в точку C_1 . Ахиллес не сможет догнать черепаху, пока не попадёт в C_1 , но черепаха к тому времени переместится дальше в точку C_2 и т. д.

2. Дихотомия (рассечение пополам): «Движение невозможно»



Схематичный рисунок к апории «Движение невозможно» · [Источник](#)

Чтобы пройти из А в В, надо пройти половину AB_1 расстояния АВ, чтобы достичь B_1 , нужно достичь B_2 на полпути от А до B_1 и так до бесконечности. Так как отрезков бесконечно много, движение никогда не может начаться.

3. «Летящая стрела не движется»

В каждый неделимый момент времени стрела находится в покое. В противном случае момент был бы делим, так как существовало бы начальное и конечное положение стрелы. Если отрезок времени полёта — сумма таких неделимых моментов, то стрела всё время находится в покое.

Аргументы Зенона показали, что конечный отрезок можно разбить на бесконечное число малых отрезков, каждый из которых имеет конечную длину. Если считать, что прямая состоит из точек, то мы встречаемся с затруднениями.

Научные дискуссии, вызванные этими парадоксальными рассуждениями, продолжаются и в настоящее время.



«Зенон показывает ученикам двери к Истине и Лжи», фреска в библиотеке Эскориала · [Источник](#)

Несоизмеримые отрезки Пифагора и парадоксы Зенона явились первым логическим кризисом в построении древнегреческой математики. Ошибочно воспринимать эти рассуждения как софизмы или полагать, что с появлением высшей математики все апории были разрешены. Проблемой апорий занимались философы Аристотель, Эпикур, Кант, Гегель, математики и физики Д. Гильберт и П. Бернайс, Р. Курант и Г. Роббинс, Никола Бурбаки, С. А. Яновская и Р. Фейнман.

Результатом осмысления апорий Зенона стало чёткое различие потенциальной и актуальной бесконечности.