



Гильмуллин, М. Ф. Японские сангаку: геометрия, которую вывешивали в храмах // Математика с Мансур-абый. 2026. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-5c1d88688388-ru/>. Дата публикации: 10.04.2026.

ОЧЕРК

Японские сангаку: геометрия, которую вывешивали в храмах

В истории математики есть сюжеты, которые кажутся почти невероятными. Один из них родился в Японии эпохи Эдо: там геометрические задачи...

Мансур Гильмуллин · 10.04.2026 · RU

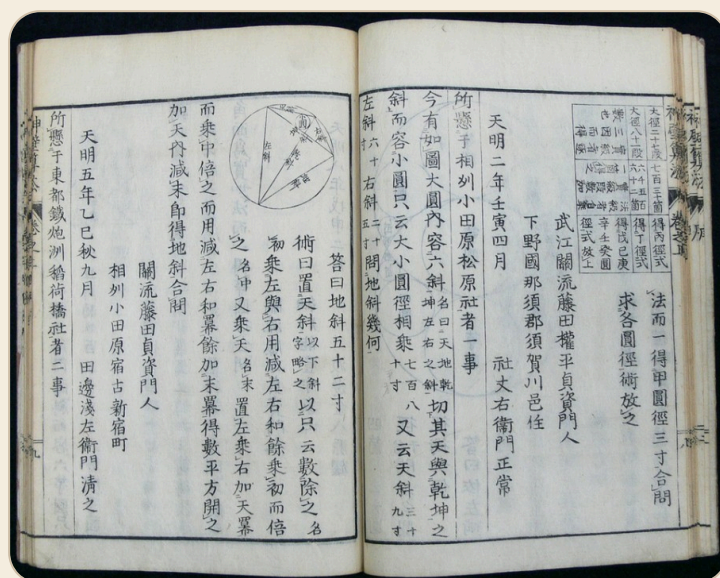
[Статья на сайте журнала](#)



Цветной сангаку XIX века из святилища Sugawara Tenman: геометрические задачи, записанные на деревянной табличке · [Источник](#)

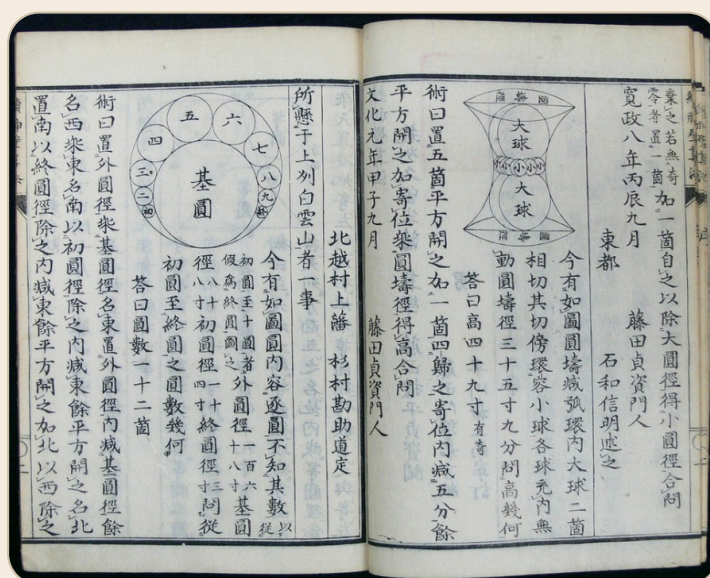
В истории математики есть сюжеты, которые кажутся почти невероятными. Один из них родился в Японии эпохи Эдо: там геометрические задачи не только решали в школах и книгах, но и писали на деревянных табличках, раскрашивали, а затем вывешивали в синтоистских святилищах и буддийских храмах как подношение и как вызов другим знатокам. Эти таблички назывались сангаку.

На первый взгляд сангаку напоминают обычные эма — votивные дощечки (небольшие деревянные таблички, используемые в японской религиозной традиции), которые и сегодня можно увидеть в японских святилищах. Но вместо молитвенных просьб или изображений животных на них помещали окружности, многоугольники, эллипсы, дуги, касания и краткие надписи с условием задачи. Часто это были очень красивые композиции: математика здесь выступала не только как наука, но и как предмет созерцания.



Разворот из «Shinpeki sanpo» (1789) — одного из первых собраний сангаку · [Источник](#)

Понять сангаку невозможно без мира васан — традиционной японской математики. В XVII–XIX веках Япония жила в условиях сравнительно ограниченных контактов с Западом, и потому местная математическая традиция развивалась в значительной мере самостоятельно. В этой среде существовали школы, учителя, ученические линии и даже своеобразное соперничество между направлениями. Математика была не только полезным знанием, но и заметной частью образованной культуры.



Ещё один разворот из «Shinpeki sanpo» (1789) с чертежами круговых конфигураций · [Источник](#)

Почему же таблички с геометрическими чертежами вообще стали вешать в храмах? Здесь важен культурный фон. В Японии уже существовала традиция посвящать святилищам различные дары и дощечки-эма. На этом фоне математическая табличка не выглядела чем-то чужим. Скорее наоборот: решение красивой задачи могло восприниматься как достойный плод учёности, который не стыдно посвятить божеству.

Самые ранние сангаку сегодня особенно ценны. Древнейший из сохранившихся был посвящён святилищу Хосиномия в нынешнем городе Сано в 1683 году, хотя оригинал пострадал при пожаре 1975 года, и теперь там выставлена копия. Следующим по древности считается сангаку 1691 года из Ясака-дзиндзя в Киото. В 1993 году он получил статус важного культурного достояния Японии. Особенно интересно, что именно этот памятник считается древнейшим известным примером, где до нас дошёл полный состав задачи и ответа.

Сангаку были не просто храмовым украшением. Посвящение сангаку стало одной из форм публичного представления задачи или результата: табличка одновременно служила подношением и привлекала внимание к математическому мастерству школы. Поэтому на дощечки часто выносили зрелищные задачи с броскими фигурами и сложными конфигурациями. Многие из них позднее переписывались в рукописи и сборники. Особенно важны здесь книги, связанные с именами Фудзита Садасукэ и его сына: в 1789 году вышел «Shinpeki sanpro», затем в 1796 году — дополненное издание, а в 1807 году — продолжение. Позже рукопись «Saishi shinsan» зафиксировала уже 204 таблички.

Кто же создавал такие таблички? Не только узкий круг профессионалов. По надписям видно, что среди посвящающих было много образованных людей самурайского сословия, но встречались и целые группы учеников, дети, а иногда и женщины. Именно это делает традицию сангаку особенно живой: перед нами не кабинетная математика нескольких столичных авторов, а широкая культура задачи, рисунка и состязания.



久須師神社奉納算額 全体図

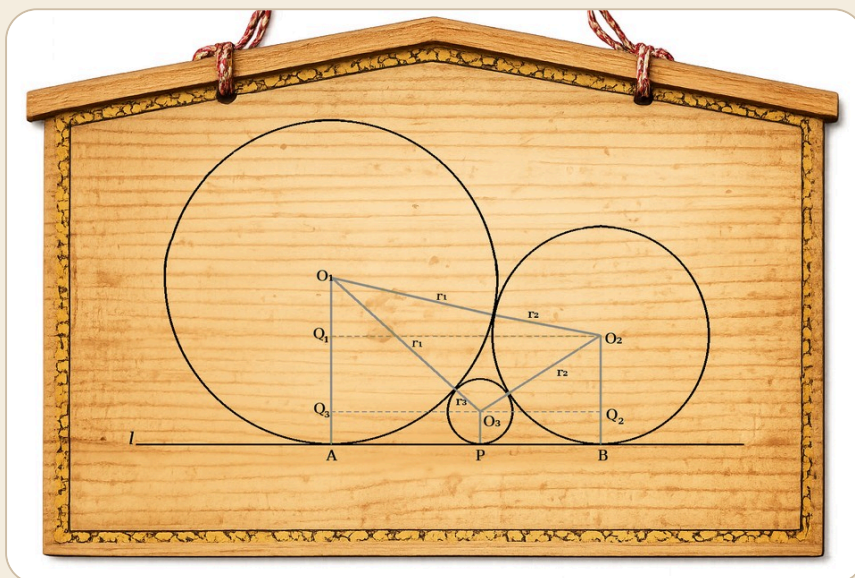
Малоизвестный сангаку из святилища Кусуси, обследованный японскими исследователями в XXI веке · [Источник](#)

При этом история сангаку до сих пор не закрыта. Сегодня известно около тысячи сохранившихся табличек, из них примерно четыреста относятся к эпохе Эдо. Многие другие известны только по книгам, рукописным копиям и поздним описаниям. Уже в XX веке японские исследователи стали составлять региональные каталоги, а современные изыскания продолжаются и сейчас. Значит, сангаку — это не только музейная экзотика, но и живая область для историко-математических исследований.

Какие задачи писали на сангаку

Чтобы сангаку не остались для нас просто красивыми дощечками с окружностями, полезно посмотреть на несколько реальных задач. Большинство таких табличек содержали только условие и ответ, а подробное решение часто отсутствовало: современники должны были додуматься сами. Ниже — три примера в современной записи.

Задача 1. Три касающиеся окружности



Стилизованный чертёж в духе японских сангаку к задаче о трёх касающихся окружностях · [Источник](#)

Две окружности радиусов r_1 и r_2 касаются одной прямой и друг друга. Третья окружность радиуса r_3 тоже касается этой прямой и обеих окружностей. Найти r_3 через r_1 и r_2 .

Решение. Рассмотрим прямоугольный треугольник $O_1O_2Q_1$. Пусть A и B — точки касания двух внешних окружностей с прямой, тогда отрезок $AB = Q_1O_2$. После соответствующих преобразований, по теореме Пифагора следует

$$AB^2 = 4r_1r_2$$

Аналогично, рассмотрев прямоугольные треугольники $O_1O_3Q_3$ и $O_2Q_2O_3$ получаем, что если P — точка касания средней окружности с этой же прямой, то

$$\begin{aligned}AP &= 2\sqrt{r_1r_3} \\PB &= 2\sqrt{r_2r_3}\end{aligned}$$

значит,

$$AB = AP + PB = 2\sqrt{r_1r_3} + 2\sqrt{r_2r_3}$$

Возводим в квадрат:

$$(2\sqrt{r_1r_3} + 2\sqrt{r_2r_3})^2 = 4r_1r_2$$

После сокращения получаем:

$$\sqrt{r_3}(\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2}) = \sqrt{r_1r_2}$$

откуда

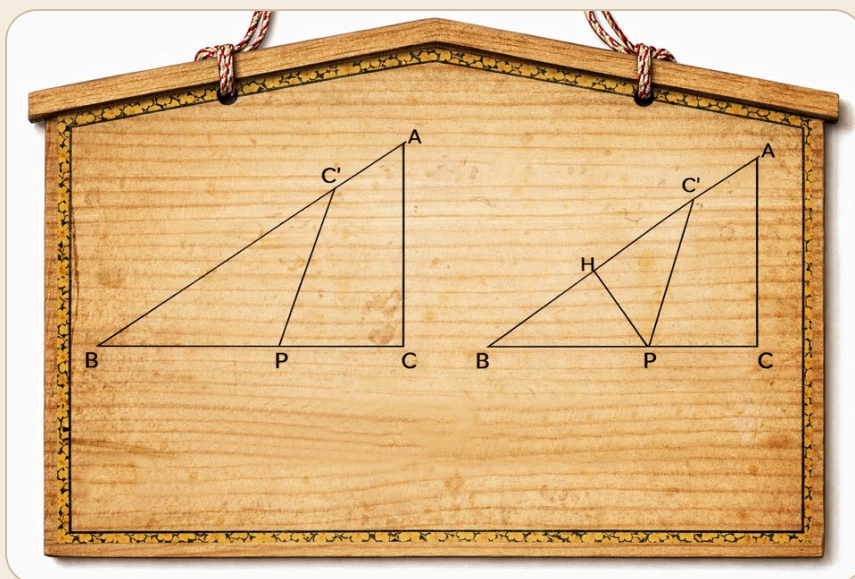
$$r_3 = r_1r_2/(\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2})^2$$

Итак,

$$r_3 = r_1r_2/(\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2})^2$$

Это очень характерная задача для сангаку: из красивого декоративного рисунка рождается короткая и запоминающаяся формула ответа.

Задача 2. Прямая делит треугольник на две равные по площади части



Стилизованный чертёж в духе японских сангаку к задаче о делении треугольника на две равные по площади части · [Источник](#)

В прямоугольном треугольнике ABC, где угол C прямой, точка C' лежит на гипотенузе AB так, что $BC' = BC$. На катете BC выбирается точка P так, что отрезок C'P делит треугольник на две равные по площади части. Нужно доказать, что $2PC' = AB$, то есть PC' равно половине гипотенузы.

Доказательство. Рассмотрим классическое рассуждение, которое приводится в современных разборах сангаку.

Опустим из точки P перпендикуляр PH на гипотенузу AB.

Площадь треугольника BPC' равна

$$\frac{1}{2} \cdot BC' \cdot PH$$

а площадь всего треугольника ABC равна

$$\frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC$$

По условию $BC' = BC$, а отрезок C'P делит треугольник на две равные по площади части, значит

$$\frac{1}{2} \cdot BC \cdot PH = \frac{1}{4} \cdot BC \cdot AC$$

откуда

$$PH = AC/2$$

Теперь рассмотрим треугольники ABC и PBN. Они прямоугольные и имеют общий угол при B, следовательно, подобны. Поэтому

$$PB/AB = PH/AC = 1/2$$

значит

$$PB = AB/2$$

Кроме того, из того же подобия следует

$$BH/BC = PH/AC = 1/2$$

то есть

$$BH = BC/2$$

Но $BC' = BC$, следовательно, $BH = BC' / 2$, а значит точка H — середина отрезка BC' . Поскольку $PH \perp AB$, точка P лежит на серединном перпендикуляре к BC' , и потому $PB = PC'$.

Итак,

$$PC' = PB = AB/2$$

то есть

$$2PC' = AB$$

что и требовалось доказать.

Эта задача хорошо показывает, как сангаку переводятся с языка рисунка на язык строгой современной геометрии. Кроме того, сангаку хорошо ложится и на практическую земледельческую задачу: как разделить треугольный участок на два равных по площади.

Задача 3. Трапеция, разбитая на равновеликие трапеции



Задача с трапецией с таблички 1800 года из святилища Mizuho · [Источник](#)

Эта задача с реальной таблички 1800 года. В современной формулировке она звучит так:

Трапеция имеет нижнее основание b , верхнее основание a и высоту h . Её нужно разделить на n меньших трапеций равной площади. Пусть нижнее основание самой верхней, то есть самой маленькой трапеции, равно k . Найти n через a , b и k .

Решение получается из подобия. Если ширина трапеции меняется линейно от a до b , то высота самой верхней маленькой трапеции равна

$$h_1 = h(k - a)/(b - a)$$

Её площадь:

$$S_1 = (a + k)/2 \cdot h_1 = (a + k)/2 \cdot h(k - a)/(b - a) = h(k^2 - a^2)/2(b - a)$$

Площадь всей трапеции:

$$S = (a + b)/2 \cdot h$$

Так как все маленькие трапеции равновелики, то

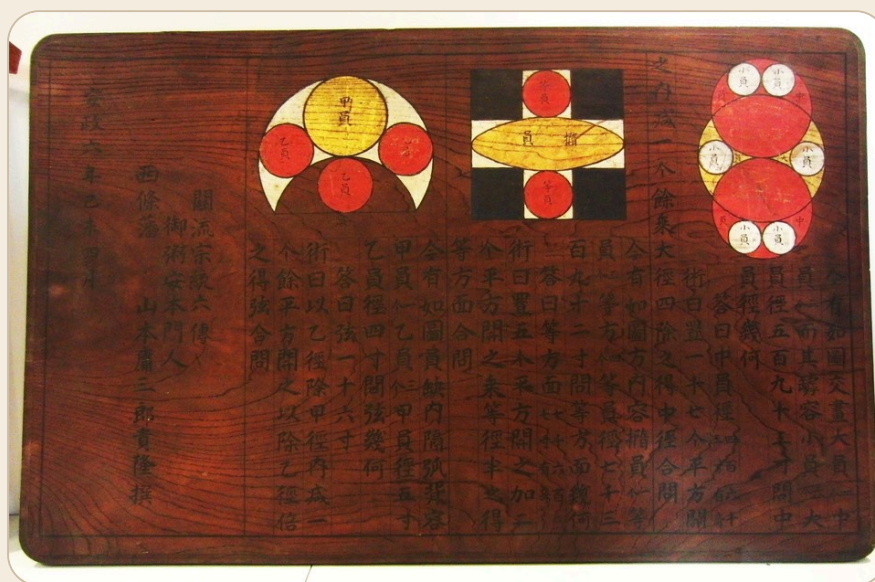
$$n = S/S_1 = ((a + b)/2 \cdot h)/(h(k^2 - a^2)/2(b - a)) = (a + b)(b - a)/(k^2 - a^2)$$

Следовательно,

$$n = (b^2 - a^2)/(k^2 - a^2)$$

Это уже почти олимпиадная геометрия, но выросшая не из современного учебника, а из реальной храмовой таблички XIX века.

Почему эти задачи важны



Ещё одна табличка сангаку с красивыми чертежами из храма Конно Хатимангу, Токио, Япония (1859) · [Источник](#)

По таким примерам хорошо видно, что сангаку — это не просто красивые окружности на доске. За ними стоит вполне серьёзная геометрическая культура: подобие, площади, касания, переход от рисунка к формуле, а иногда и весьма нетривиальные вычисления. Причём всё это существовало не в виде сухого трактата, а как публичная математическая практика — выставка задач под крышей храма.

Особую роль в сохранении этой традиции сыграли и странствующие математики. Один из них, Ямагути Кадзу (Кандзан), вёл путевой дневник во время своих путешествий по Японии и переписал сотни задач с сангаку, которые видел в святилищах и храмах. Благодаря таким записям можно увидеть не только сами задачи, но и связь учёных людей, школ и мест, в которых жила эта культура.

Сангаку так притягивают не потому, что в них непременно скрыты самые сложные задачи мира. Их сила в другом. Это редкий случай, когда математика одновременно становится подношением, публичной загадкой, художественным объектом и памятником локальной учёности. В Европе геометрия обычно жила в трактатах и школьных классах. В Японии эпохи Эдо она ещё и висела под крышей святилища — среди молитв, дощечек-эма и запаха дерева.

Именно поэтому сангаку до сих пор производят такое сильное впечатление: они показывают, что математическая красота может быть не только строгой, но и зримой, почти праздничной.

