



Гильмуллин, М. Ф. На стыке математики, педагогики и экономики: подобие и ОГЭ, функциональная грамотность и экономия бумаги // Математика с Мансур-абый. 2024. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-76a2afb741de-ru/>. Дата публикации: 08.10.2024.

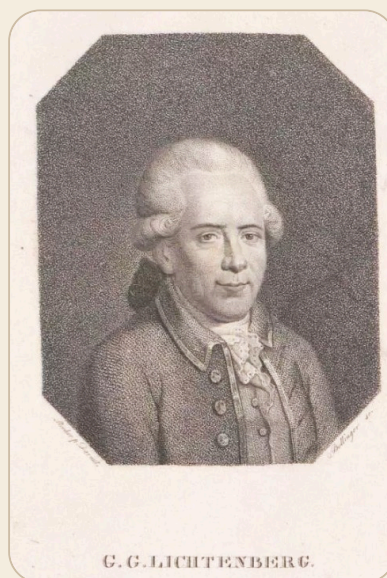
ОЧЕРК

## На стыке математики, педагогики и экономики: подобие и ОГЭ, функциональная грамотность и экономия бумаги

Лихтенберг, Георг Кристоф (1742–1799) — немецкий учёный: физик, астроном, математик, философ, публицист и писатель. Был профессором...

Мансур Гильмуллин · 08.10.2024 · RU

[Статья на сайте журнала](#)



Портрет Георга Лихтенберга. Гравюра Фридриха Боллингера по рисунку Иоганна Людвиг Штреккера. Австрийская национальная библиотека, Вена · [Источник](#)

*Лихтенберг, Георг Кристоф (1742–1799) — немецкий учёный: физик, астроном, математик, философ, публицист и писатель. Был профессором физики и астрономии в Гёттингене и иностранным почётным членом Петербургской*

*Известный учёный эпохи Просвещения. Именно он ввёл обозначение для разных видов электричества знаками «+» и «-». Его исследования существенно облегчили опыты последующих поколений физиков.*

---

Как он относится к теме нашей статьи? Лихтенберг — автор идеи универсальной привязки меньших форматов бумаги к большим по длине и ширине через подобие. Эта идея легла в основу международного метрического стандарта бумажных форматов ISO 216, принятого во всём мире, кроме Канады и США.

## О функциональной грамотности

Анализ результатов тестов PISA, PIRLS, TIMSS (международные оценки образовательных достижений учащихся, качества чтения и понимания текста, а также качества математического и естественнонаучного образования) показывает, что профессиональная готовность учителей основной и средней школы к формированию функциональной грамотности обучающихся не совсем соответствует предъявляемым к ней требованиям.

Основными направлениями оценки функциональной грамотности в международных исследованиях являются математическая грамотность, читательская, естественнонаучная, финансовая грамотности, глобальные компетенции, креативное и критическое мышление.

На сегодняшний день большинством ведущих экспертных сообществ обозначена необходимость в формировании функциональной грамотности у всех обучающихся. Этим термином обозначают способность человека вступать в отношения с внешней средой и максимально быстро адаптироваться и функционировать в ней.

Обычно исследователи ссылаются на слова А. А. Леонтьева: «Функционально грамотный человек — это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений».

Основными видами деятельности учителя по формированию и развитию функциональной (математической) грамотности считается оптимальное сочетание учебного содержания базовых задач и практико-ориентированных, проблемных, ситуационных, прикладных задач. При самостоятельном конструировании и реализации заданий на формирование математической грамотности следует учитывать, что они устанавливают взаимоотношения между математическим рассуждением и четырьмя процессами цикла по решению задачи (формулирование, применение, интерпретация и оценивание).

# О математической грамотности

Мы считаем, что доминирующей составляющей функциональной грамотности является математическая грамотность. Это обстоятельство играет важную роль в определении следующего направления обучения — оценки готовности учащихся к использованию математики в повседневной жизни.

Как только в задаче описывается реальная или приближенная к реальной ситуация, приводятся дополнительные данные, часть из которых не используется при решении задачи, или информация представляется в различной форме (в виде текста, таблиц, графиков), то её решение вызывает значительные трудности у учащихся. Именно такими являются ситуации, которые представлены в заданиях № 1–5 ОГЭ по новым ФГОС ООО (Федеральные государственные образовательные стандарты по основному общему образованию) в России.

Например, ниже приведена часть заданий из варианта КИМ ОГЭ (контрольно-измерительные материалы для основного государственного экзамена), в котором предлагается решать практические задачи, связанные с современными форматами бумаги.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получится два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получится два листа формата А2. И так далее. Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, потому что листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А2, А3, А5 и А6.

| Номер листа | Длина (мм) | Ширина (мм) |
|-------------|------------|-------------|
| 1           | 210        | 148         |
| 2           | 594        | 420         |
| 3           | 148        | 105         |
| 4           | 420        | 297         |

1. Установите соответствие между форматами и номерами листов бумаги из таблицы. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

| А2 | А3 | А5 | А6 |
|----|----|----|----|
|    |    |    |    |

2. Сколько листов формата А6 получится из одного листа формата А2?

Ответ: \_\_\_\_\_

3. Найдите длину листа бумаги формата А4. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 10.

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Найдите площадь листа формата А5. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Бумагу формата А3 упаковали в пачки по 200 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площади 1 кв. м равна 80 г. Ответ дайте в граммах.

Ответ: \_\_\_\_\_

Примеры задач из КИМ ОГЭ · [Источник](#)

## Как можно трансформировать эти задания в задачи на математическую грамотность?

Например, данную ситуацию можно дополнить заданиями из других вариантов.

- Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен  $\frac{1}{72}$  дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А3 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 10 пунктов на листе формата А4? Размер шрифта округляется до целого.
- Найдите отношение длины меньшей стороны листа к большей у бумаги формата А2. Ответ дайте с точностью до десятых.

## О навыках смыслового чтения на уроках математики

Занятия математикой можно дополнить заданиями на формирование и других компонентов функциональной грамотности. В первую очередь это формирование навыков смыслового чтения на уроках математики.

Например, в контексте изучаемой учебной ситуации с форматами бумаги будет полезно использование такой информации. В международной классификации чаще всего используют для формата бумаги маркировку А (ISO 216). Этот формат имеет следующие особенности, на основе которых можно провести целое исследование или учебный проект.

1. Все форматы имеют отношение сторон  $1:\sqrt{2}$  (которое называют соотношением Лихтенберга, это примерно 1:1,4142). У всех этих листов есть одно замечательное свойство. Они представляют собой подобные прямоугольники: отношение длины к ширине у каждого из этих листов одно и то же.

---

*Задание. Можете ли вы доказать, что это отношение равно  $\sqrt{2}$ ? Какая пропорция используется для этих расчётов?*

---

---

*Ответ. Используется пропорция:  $a/b = b/(a/2)$ . Откуда получается  $a^2 = 2b^2 \Rightarrow a:b = \sqrt{2}$ .*

---

2. Основным считается формат А0, а каждый последующий формат получается путём точного разрезания предыдущего листа пополам. Так, если разрезать пополам лист А0, то получится формат А1 и так далее.

---

*Задание. Как вы думаете, зачем нужно такое соотношение различных форматов бумаги?*

---

---

*Ответ. При разрезании пополам по длинной стороне листа с такими пропорциями две образовавшиеся половины сохраняют соотношение Лихтенберга.*

---

Например, за счёт этого две страницы формата А4 можно уместить на одну, уменьшив длину и ширину в одно и то же число раз и переведя исходные страницы в формат А5. В настройках современных принтеров можно указать опцию «печатать две страницы на одной». Это бывает очень полезно, когда хочется сэкономить бумагу и тонер.

3. Стандарт базируется на метрической системе мер и основан на формате бумажного листа, имеющего площадь в 1 кв. м. Поэтому, формат бумаги A0 имеет размеры  $841 \times 1189$  мм.

---

*Задание. Приведите расчёты, почему они получаются такими.*

---

*Ответ.  $1189/841 \approx 1.4138$ , то есть сохраняется соотношение Лихтенберга.  
 $1189 \times 841 = 999949 \approx 1$  млн. кв. мм. = 1 кв. м.*

---

4. Площадь листа A1 составляет  $1/2$  кв. м., A2 —  $1/4$  кв. м., и т. д.

---

*Задание. Можете ли вы установить, во сколько раз площадь листа A6 меньше площади листа A0? Установите закономерность для отношения площадей различных форматов бумаги.*

---

*Ответ. A1 —  $1/2$  кв. м., A2 —  $1/4$  кв. м., A3 —  $1/8$  кв. м., A4 —  $1/16$  кв. м., A5 —  $1/32$  кв. м., A6 —  $1/64$  кв. м. То есть, закономерность состоит в том, что площадь листа при разрезании уменьшается в 2 раза:  $A0 = 2A1 = 4A2 = 8A3 = 16A4 = 32A5 = 64A6$ .*

---

5.  $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$  Это число — иррациональное. А для технологических целей длины сторон у листов бумаги требуется выражать целым числом миллиметров. Поэтому в качестве формата A4 принято отношение  $297/210$ , что равно  $99/70 = 1,4142857\dots$  Эта дробь очень близка к  $\sqrt{2}$ .

---

*Задание. Почему именно 210 взято за ширину формата A4?*

---

*Ответ. Размеры листа A0 при этом получатся равными 1189 мм. и 841 мм. соответственно, их произведение даёт 999949, что очень близко к миллиону кв. мм., то есть 1 кв. м.*

---

Для выполнения таких заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы в России, формирование которых осуществляется в 5–9 классах.

Таким образом, мы видим, что на практике все разделы знаний взаимосвязаны. Любая практическая задача имеет математическую основу. Все эти знания вместе как раз и составляют ту самую функциональную грамотность.