



Гильмуллин, М. Ф. Числа-палиндромы: задом наперёд // Математика с Мансур-абый. 2026. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-76c6e70c3559-ru/>. Дата публикации: 07.02.2026.

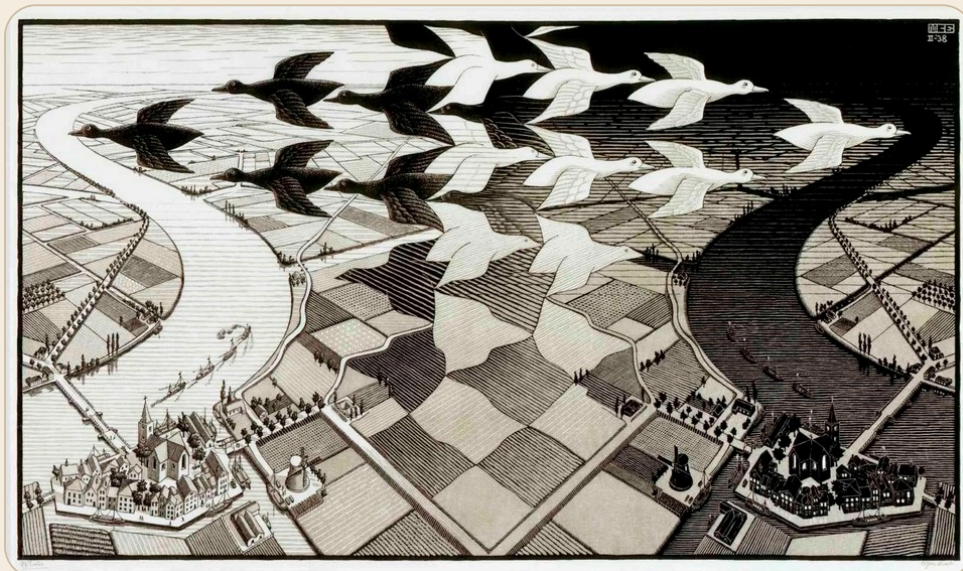
ОЧЕРК

## Числа-палиндромы: задом наперёд

Палиндром (от др.-греч. πάλιν — «назад, снова» и δρόμος — «бег, движение»), или перевёртень, — число, буквосочетание, слово или текст,...

Мансур Гильмуллин · 07.02.2026 · RU

[Статья на сайте журнала](#)



Гравюра «День и ночь» (ксилография, 1938). Художник: Мауриц Корнелис Эшер · [Источник](#)

### Содержание:

**Палиндром** (от др.-греч. πάλιν — «назад, снова» и δρόμος — «бег, движение»), или **перевёртень**, — число, буквосочетание, слово или текст, одинаково читающееся в обоих направлениях.

Примеры: «мадам», «шалаш», «А роза упала на лапу Азора» (часто приписывается Афанасию Фету).

Добавим, что в математике палиндромы встречаются в связи с решением некоторых теоретико-числовых проблем. Но само понятие более широкое и проявляется в разных науках и культурах.

## Некоторые факты и сюжеты про палиндромы

1. Чисел-палиндромов бесконечно много (например: 1, 11, 101, 1001, 10001, ...).
2. Число цифр может быть как чётным, так и нечётным: 123321, 12321.
3. С ростом чисел палиндромы становятся всё более редкими среди натуральных. Если каждое однозначное число по определению является палиндромом, то в диапазоне от 10 до 1000 их 99 из 991, то есть  $\approx 9,99\%$  (чуть меньше 10%).
4. Простые числа-палиндромы: 2, 3, 5, 7, 11, 101, 131, 151, 181, 191, 313, 727, 10301, ....  
Полезное наблюдение: любой десятичный палиндром с чётным числом цифр делится на 11, поэтому (кроме 11) все простые палиндромы имеют нечётную длину. Это следует из признака делимости на 11 (чередующаяся сумма цифр).
5. Рекорды палиндромных простых постоянно обновляются: например, в августе 2024 года (указано в разделе Palindrome на PrimePages) было доказано простым число вида  $10^{2718281} - 5 \cdot 10^{1631138} - 5 \cdot 10^{1087142} - 1$  (оно состоит из 2 718 281 цифры).
6. Особые типы палиндромов: репьюниты (состоят из одних единиц, например 111) и репдиджиты (состоят из одинаковых цифр, например 222).
7. В научно-популярной литературе (например, у Мартина Гарднера в книге «Есть идея!») упоминается «Гипотеза о палиндромах», использующая обратный ход: число можно многократно складывать с его перевёрнутой записью, пока не получится палиндром. Пример:  $96 + 69 = 165$ ,  $165 + 561 = 726$ ,  $726 + 627 = 1353$ ,  $1353 + 3531 = 4884$  (палиндром).
8. «Проблема 196»: число 196 и многие другие (кандидаты в числа Лишрела) очень долго не дают палиндром при операции «переверни и сложи». В десятичной системе пока не доказано, существует ли хотя бы одно число, которое никогда не станет палиндромом таким способом.
9. Проверка палиндрома — классическая задача информатики: сравнивают первую цифру с последней, вторую — со второй с конца и т. д. Если все пары совпали, число — палиндром.
10. Квадраты некоторых чисел тоже бывают палиндромами:  $11^2 = 121$ ,  $111^2 = 12321$ .
11. Существует ли уравнение, которое генерирует все палиндромные числа? Да, «генератор палиндромов» есть в самом простом виде: из любого числа можно сделать палиндром, приписав справа перевёрнутую запись. С каждым обычным числом связаны два палиндромных числа:  $(n) \& (\text{reverse } n)$  и  $(n \text{ без последней цифры}) \& (\text{reverse } n)$ , где знак  $\&$  означает конкатенацию цифр, а  $\text{reverse } n$  — число, записанное цифрами  $n$  в обратном порядке.  
Например:  $123 \rightarrow 123 \& 321 = 123321$  и  $12 \& 321 = 12321$ .  
Второй вариант даёт нечётную длину. Так из обычных чисел длины  $n$  получаются палиндромы длины  $2n$  или  $2n - 1$ .

## Школьная задача про палиндром

В заданиях ЕГЭ встречается такая задача.

Назовём натуральное число палиндромом, если в его десятичной записи все цифры расположены симметрично.

**а)** Приведите пример числа-палиндрома, которое делится на 45. **б)** Сколько существует пятизначных чисел-палиндромов, делящихся на 45? **в)** Найдите 10-е по величине число-палиндром, которое делится на 45.

---

*Нельзя сказать, что такие числа изучаются подробно в школьной программе, поэтому и даётся определение прямо в условиях задачи.*

---

## Разбор задачи ЕГЭ

Заметим, что  $45 = 5 \cdot 9$ . Значит, число должно делиться и на 5, и на 9.

**а)** Пример: 585. Это палиндром, и сумма цифр  $5 + 8 + 5 = 18$  делится на 9, а последняя цифра 5, значит, число делится на 5. Следовательно, 585 делится на 45.

**б)** Выясним, сколько пятизначных палиндромов делится на 45.

Любой пятизначный палиндром имеет вид:  $A B C B A$ , где  $A$  — первая (и последняя) цифра,  $A \neq 0$ .

Чтобы число делилось на 5, последняя цифра должна быть 0 или 5. Но если последняя цифра 0, то и первая тоже 0 — а пятизначным такое число быть не может. Значит, обязательно  $A = 5$ .

Итак, наши палиндромы имеют вид:  $5 B C B 5$ .

Теперь используем признак делимости на 9: число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

Сумма цифр равна:  $5 + B + C + B + 5 = 10 + 2B + C$ . Нужно, чтобы  $10 + 2B + C$  делилось на 9.

Дальше удобнее сделать аккуратный перебор по  $B$  (это школьный приём — «подставляем и проверяем»). Пусть  $B = 0, 1, 2, \dots, 9$ . Тогда выражение  $10 + 2B$  уже известно, и мы подбираем  $C$  (цифру от 0 до 9), чтобы сумма стала кратна 9.

Проведём вычисления по порядку (достаточно помнить ближайшие кратные 9: 9, 18, 27, 36):

- $B = 0$ :  $10 + 0 = 10 \rightarrow$  до 18 не хватает 8  $\rightarrow C = 8$
- $B = 1$ :  $10 + 2 = 12 \rightarrow$  до 18 не хватает 6  $\rightarrow C = 6$
- $B = 2$ :  $10 + 4 = 14 \rightarrow$  до 18 не хватает 4  $\rightarrow C = 4$
- $B = 3$ :  $10 + 6 = 16 \rightarrow$  до 18 не хватает 2  $\rightarrow C = 2$
- $B = 4$ :  $10 + 8 = 18 \rightarrow$  уже кратно 9  $\rightarrow C = 0$  или  $C = 9$  (оба подходят)
- $B = 5$ :  $10 + 10 = 20 \rightarrow$  до 27 не хватает 7  $\rightarrow C = 7$
- $B = 6$ :  $10 + 12 = 22 \rightarrow$  до 27 не хватает 5  $\rightarrow C = 5$
- $B = 7$ :  $10 + 14 = 24 \rightarrow$  до 27 не хватает 3  $\rightarrow C = 3$

- $B = 8: 10 + 16 = 26 \rightarrow$  до 27 не хватает 1  $\rightarrow C = 1$
- $B = 9: 10 + 18 = 28 \rightarrow$  до 36 не хватает 8  $\rightarrow C = 8$

Получилось: для каждого  $B$  обычно находится ровно одно  $C$ , а при  $B = 4$  — два варианта ( $C = 0$  и  $C = 9$ ). Значит, всего таких палиндромов:  $9 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 11$ .

Ответ: 11.

**в)** Определим 10-е по величине число-палиндром, делящееся на 45.

Сначала учтём, что палиндромы, делящиеся на 45, бывают не только пятизначными. Два наименьших примера: 585 и 5445.

Далее мы уже знаем, что все подходящие пятизначные палиндромы имеют вид  $5 B C B 5$ , а для каждого  $B$  подходит найденное  $C$ . Поэтому 10-е по величине число-палиндром будет 8-м по величине среди пятизначных.

Выпишем пятизначные по возрастанию (то есть по  $B$  от 0 до 9, а при  $B = 4$  сначала берём  $C = 0$ , потом  $C = 9$ ):

1.  $B = 0: 50805$
2.  $B = 1: 51615$
3.  $B = 2: 52425$
4.  $B = 3: 53235$
5.  $B = 4, C = 0: 54045$
6.  $B = 4, C = 9: 54945$
7.  $B = 5: 55755$
8.  $B = 6: 56565$
9.  $B = 7: 57375$
10.  $B = 8: 58185$
11.  $B = 9: 59895$

Получается, 10-е по величине — 56565.

(Это легко проверить: сумма цифр  $5 + 6 + 5 + 6 + 5 = 27$  делится на 9, последняя цифра 5 — значит, число делится на 45.)

## Послесловие

Палиндромы в искусстве — это не только слова вроде «шалаш» или «А роза упала на лапу Азора». Это вообще особый приём: построить форму так, чтобы она держалась при чтении или восприятии в обе стороны — как зеркало, которое не просто отражает, а продолжает рисунок.

В литературе палиндромные фразы и строки работают как загадка и как заклинание: читатель ловит момент, когда смысл будто переворачивается обратно, и текст начинает звучать по-иному. В музыке похожий эффект даёт симметричная структура: тема проходит, затем возвращается в обратном порядке — как будто время отматывают назад. В архитектуре и орнаментах это проявляется в ритмах и повторениях, которые можно проследить в обе стороны вдоль оси.

А в визуальном искусстве палиндромность особенно наглядна: глаз считывает симметрию мгновенно. У М. К. Эшера это превращается в настоящий сюжет. В ксилографии «День и ночь» (1938) одна и та же структура одновременно разворачивается в две стороны: белые птицы становятся чёрными, поле — небом, день — ночью. Получается почти математический палиндром, только не из цифр, а из образов: шаг за шагом рисунок переворачивается, но остаётся тем же самым — и от этого кажется более живым.



### Математика с Мансур-абый