



Гильмуллин, М. Ф. Поцелуй по расчёту: формула Декарта–Содди // Математика с Мансур-абый. 2024. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-875844cab133-ru/>. Дата публикации: 31.08.2024.

ОЧЕРК

Поцелуй по расчёту: формула Декарта–Содди

Фредерик Содди (Frederick Soddy; 1877–1956) — английский радиохимик, член Лондонского королевского общества (1910), лауреат Нобелевской...

Мансур Гильмуллин · 31.08.2024 · RU

[Статья на сайте журнала](#)



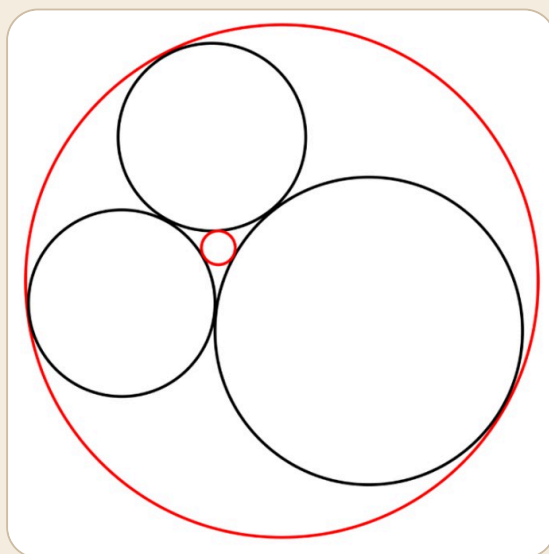
Профессор Фредерик Содди (1877–1956), фотография 1900 г., из каталога Библиотеки Конгресса США, Вашингтон, округ Колумбия · [Источник](#)

Фредерик Содди (Frederick Soddy; 1877–1956) — английский радиохимик, член Лондонского королевского общества (1910), лауреат Нобелевской премии по химии за открытие изотопов (1921). Совместно с Эрнестом Резерфордом предложил теорию радиоактивного распада, послужившую началом развития современного учения об атоме и атомной энергии.

В июне 1936 года читатели журнала «Нейчур» (Nature) были приятно удивлены. Известнейший химик Содди, на этот раз порадовал учёный мир поэмой. Она называлась [The Kiss Precise](#) (в вольном переводе «Поцелуй по расчёту»), и первый её станс (стихотворная строфа с законченным содержанием) звучал приблизительно так:

Когда к устам прильнут уста,
Быть может голова пуста.
Но если вдруг четыре круга
Решат поцеловать друг друга,
То лишь геометра расчёт
Их к поцелую приведёт.
Вариантов два, любой не плох:
Все три в одном, один средь трёх.
Коль три в одном, то изнутри
К гиганту тянутся они.
Но и средь трёх он рад вполне:
Три поцелуя — все извне.

For pairs of lips to kiss maybe
Involves no trigonometry.
This not so when four circles kiss
Each one the other three.
To bring this off the four must be
As three in one or one in three.
If one in three, beyond a doubt
Each gets three kisses from without.
If three in one, then is that one
Thrice kissed internally.



Схематичное изображение окружностей к этим стихотворным строкам. Есть два варианта расположения: когда четвёртая окружность (красная линия) внутри, и когда снаружи · [Источник](#)

В следующем стансе Содди в том же поэтическом духе сообщает придуманную им формулу: удвоенная сумма квадратов обратных радиусов равна квадрату их суммы.

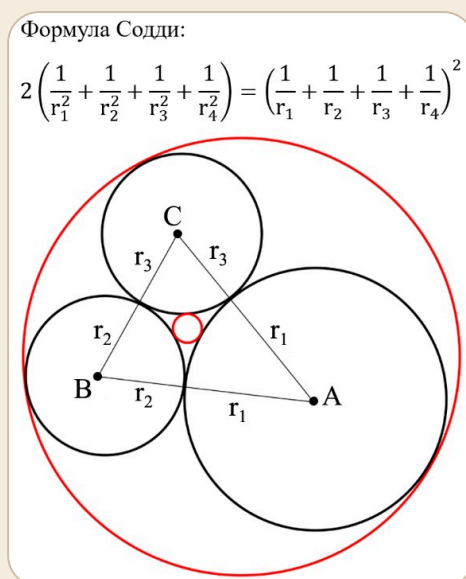


Иллюстрация к формуле Содди · [Источник](#)

Позже выяснилось, что формулу эту знал ещё Рене Декарт. Но Содди открыл её самостоятельно.

Теорема Декарта утверждает, что для любых четырёх взаимно касающихся окружностей радиусы окружностей удовлетворяют некоторому квадратному уравнению. Решив это уравнение, можно построить четвёртую окружность, касающуюся остальных трёх заданных окружностей.

Теорема названа в честь Рене Декарта, который сформулировал её в 1643 году в письме принцессе Елизавете Богемской.

Теорему Декарта проще всего сформулировать в терминах кривизны окружностей. Кривизна окружности определяется как $k = \pm 1 / r$, где r — её радиус. Чем больше окружность, тем меньше величина её кривизны, и наоборот.

Знак плюс в формуле ставится, если окружность имеет внешнее касание к другой окружности. Для касающихся окружностей внутренне, ставится знак минус.

Если считать, что прямая линия — это вырожденная окружность с нулевой кривизной (а следовательно, с бесконечным радиусом), теорема Декарта применима также и к прямой и двум окружностям, касающимся друг друга попарно. В этом случае теорема даёт радиус третьей окружности, касающейся двух других и прямой.

Если четыре окружности касаются друг друга в шести различных точках и окружности имеют кривизны k_i (для $i = 1, 2, 3, 4$), теорема Декарта утверждает:

$$(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)^2 = 2(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_4^2)$$

Хотя, существуют версии, что доказательство этой теоремы может относиться и к периоду древней Греции и к временам расцвета культуры «сангаку» в Японии, наиболее вероятным её открывателем является Рене Декарт.

Содди повторно открыл эту формулу в 1936 году. Но он ещё и обобщил теорему на сферы.

Торольд Госсет обобщил теорему на произвольные размерности. Доказательства этих теорем встречается в математической литературе, но они не так просты.