



Гильмуллин, М. Ф. Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры // Математика с Мансур-абый. 2024. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-911cb8fa227f-ru/>. Дата публикации: 08.12.2024.

ОЧЕРК

Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры

Новая книга от Мансура Гильмуллина, автора канала «Математика с Мансур-абый».

Мансур Гильмуллин · 08.12.2024 · RU

[Статья на сайте журнала](#)



Книга Гильмуллина М. Ф., выходные данные: Библия математика : Основы высшей и линейной алгебры / М. Ф. Гильмуллин. — Екатеринбург: Издательские решения, 2024. — 765 с. ISBN 978-5-0065-0464-6 · [Источник](#)

Автор канала Мансур Гильмуллин:

Дорогие друзья, коллеги, любители математики и уважаемые читатели моего канала [«Математика с Мансур-абый»](#)! 😊👍 Рад сообщить вам, что спустя пять лет подготовки, наконец был опубликован мой труд, материалы для которого я собирал всю жизнь! 🎉 Это моя новая книга — «Библия математика».

Быть может, вы — начинающий инженер или программист? Потратили много времени и денег на различные книги и курсы, но как только доходит до формул, то всё равно впадаете в ступор? Или вы уже опытный ИТ-специалист? Но вам трудно понять математику, лежащую в основе

вашей профессии? Тогда эта книга — для вас! Это не учебник в обычном смысле этого слова. Цель, которую я преследовал при её написании, — дать широкой публике базовые знания алгебры, сформировать представление о её понятиях и методах, её месте в математике и системе компьютерных наук, а также использовании в приложениях.

Книга «Библия математика» — это основы алгебры. Это фундамент, без знания которого невозможно построить ни одну науку и ни одну надёжную прикладную систему.

Материал книги изложен в привычном и доступном виде лекционного курса и составлен в соответствии с методическими требованиями программ обучения для вузов педагогического, экономического и технического профиля. В нём объединены: введение в алгебру, общая и линейная алгебры, теория чисел и многочленов, а также история алгебры. Курс может использоваться модульно, то есть можно выбирать только необходимые разделы. Этому помогает и концентрическое изложение основных понятий и методов — после их введения, они много раз повторяются на разных уровнях абстракции и в различных ситуациях.

Книга может быть полезна инженерам и специалистам широкого круга направлений подготовки: математических, физических, педагогических и информационно-технологических.

Уже сейчас её можно найти на сайте издательства [Ridero.ru](https://ridero.ru) поиском: «[Гильмуллин Библия математика](https://ridero.ru/book/9785006504646)».



Страничка книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024). Её можно найти на сайте издательства Ridero.ru поиском: «Гильмуллин Библия математика» · [Источник](https://ridero.ru/book/9785006504646)

А совсем скоро она появится и в других магазинах и библиотечных фондах страны, ищите по выходным данным:

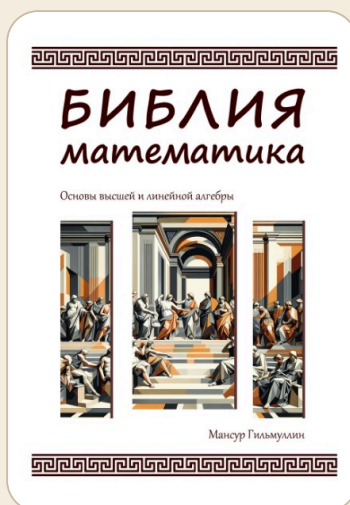
Библия математика : Основы высшей и линейной алгебры / М. Ф. Гильмуллин. — Екатеринбург: Издательские решения, 2024. — 765 с. ISBN 978-5-0065-0464-6

Также я заказал в издательстве небольшой тираж моей книги в подарочном варианте, в красивом твёрдом переплёте. Как его приобрести, сообщу чуть позже. А с некоторыми страницами книги и её содержанием вы пока можете ознакомиться ниже.

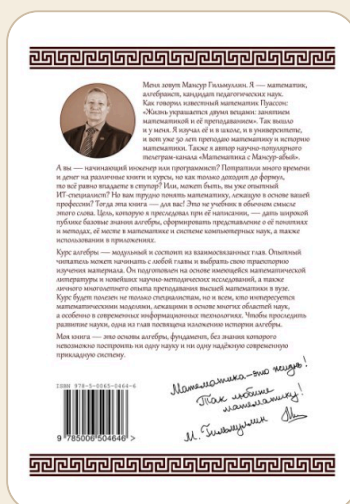
Спасибо всем, кто верил в меня и благодарю за поддержку! «Без булдырабыз» (тат. мы можем)!

Надеюсь мой труд принесёт много пользы вам и новым поколениям математиков!

Некоторые страницы и содержание книги



Обложка книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)



Оборот обложки книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

Содержание		
Предисловие	3	
Примечания	14	
Глава 1. Введение в алгебру	15	
1.1. Операции над множествами и их основные свойства	16	
1.2. Операции над высказываниями	22	
1.3. Предикаты и кванторы	31	
1.4. Бинарные операции	35	
1.5. Правое произведение множеств	38	
1.6. Бинарные отношения	40	
1.7. Отношение эквивалентности. Фактор-множество	44	
1.8. Отношение порядка	48	
1.9. Функции и функциональные отношения	50	
1.10. Системы натуральных чисел. Метод математической индукции	55	
Глава 2. Алгебраические системы	63	
2.1. Алгебры и алгебраические системы	64	
2.2. Бинарные алгебраические операции и их свойства	66	
2.3. Группы	68	
2.4. Подгруппы	72	
2.5. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп	73	
2.6. Кольца и их свойства	75	
2.7. Поле	78	
2.8. Поле комплексных чисел	81	
2.9. Геометрическое представление комплексных чисел	85	
2.10. Тригонометрическая форма комплексного числа	87	
Глава 3. Системы линейных уравнений	94	
3.1. Системы линейных уравнений	95	
3.2. Векторное пространство	102	
	756	
3.3. Линейная зависимость и независимость системы векторов	105	
3.4. Базис и ранг системы векторов	107	
3.5. Базис и размерность векторного пространства	109	
3.6. Ранг матрицы и его вычисление	111	
3.7. Критерий совместности системы линейных уравнений	115	
3.8. Подпространство	117	
3.9. Фундаментальная система решений	119	
3.10. Линейное многообразие	122	
Глава 4. Матрицы и определители	125	
4.1. Операции над матрицами и их свойства	126	
4.2. Обратная матрица	130	
4.3. Некадровые матрицы	132	
4.4. Элементарные матрицы	134	
4.5. Вычисление обратной матрицы	137	
4.6. Перестановки	141	
4.7. Подстановка	144	
4.8. Определитель квадратной матрицы	148	
4.9. Основные свойства определителей	153	
4.10. Миноры. Разложение определителя по строке и столбцу	158	
4.11. Необходимое и достаточное условие вырожденности матрицы	165	
4.12. Определитель произведения матриц	167	
4.13. Формулы для обратной матрицы	169	
4.14. Правило Крамера	171	
4.15. Теорема о ранге матрицы	174	
Глава 5. Группы	176	
5.1. Множество с бинарными алгебраическими операциями	178	
5.2. Определения и свойства группы	185	
5.3. Примеры групп	191	
5.4. Группы подстановок	195	
5.5. Подгруппы и их свойства	199	
5.6. Циклические подгруппы. Порядок элемента группы	203	
	757	

Содержание книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

5.7. Циклические группы	207	8.5. Область целостности	313
5.8. Связанные классы	212	8.6. Ассоциированные элементы кольца	315
5.9. Теорема Лагранжа	216	8.7. Простые и составные элементы кольца	316
5.10. Нормальные делители группы	218	8.8. Идеалы кольца	318
5.11. Фактор-группа	221	8.9. Операции над идеалами	322
5.12. Изоморфизмы групп	226	8.10. Кольцо главных идеалов	325
5.13. Гомоморфизмы групп	232	8.11. Евклидово кольцо	327
Глава 6. Векторные пространства	238	8.12. Факториальность кольца главных идеалов	330
6.1. Связь между базисами конечномерного пространства	239	8.13. Гомоморфизмы колец	335
6.2. Изоморфизм векторных пространств	243	8.14. Сравнения и классы вычетов по идеалу	337
6.3. Операции над подпространствами	245	8.15. Фактор-кольцо	339
6.4. Скалярное умножение. Евклидово пространство	249	8.16. Теорема о гомоморфизмах колец	342
6.5. Ортогональность в евклидовом пространстве	253	8.17. Характеристика кольца	344
6.6. Нормированность в евклидовом пространстве	257	Глава 9. Теория делимости в кольце целых чисел	347
6.7. Ортогональное дополнение	260	9.1. Деление с остатком	348
6.8. Изоморфизм евклидовых пространств	262	9.2. Делимость и его свойства	350
Глава 7. Линейные операторы	264	9.3. Наибольший общий делитель	352
7.1. Линейные отображения и линейные операторы	265	9.4. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида	353
7.2. Матрица линейного оператора	268	9.5. НОД нескольких чисел	356
7.3. Образ и ядро линейного оператора	272	9.6. Свойства НОД	357
7.4. Невырожденные линейные операторы	275	9.7. Взаимно простые числа	359
7.5. Операции над линейными операторами	277	9.8. Наименьшее общее кратное	363
7.6. Линейные алгебры	282	9.9. НОК двух чисел	364
7.7. Собственные векторы и собственные значения	287	9.10. НОК нескольких чисел	366
7.8. Характеристические корни линейного оператора	290	9.11. Простые и составные числа	368
7.9. Линейные операторы с простым спектром	295	9.12. Множество простых чисел	371
Глава 8. Кольца	299	9.13. Основная теорема арифметики	377
8.1. Определение, примеры и свойства колец	300	9.14. Числовые функции	380
8.2. Подкольца	306	9.15. Целая и дробная часть числа	383
8.3. Обратимые элементы кольца	309	9.16. Целые систематические числа	384
8.4. Отношение делимости в кольцах	311	9.17. Перевод чисел из одной системы счисления в другую	389
	758	9.18. Арифметические операции над систематическими числами	391
			759

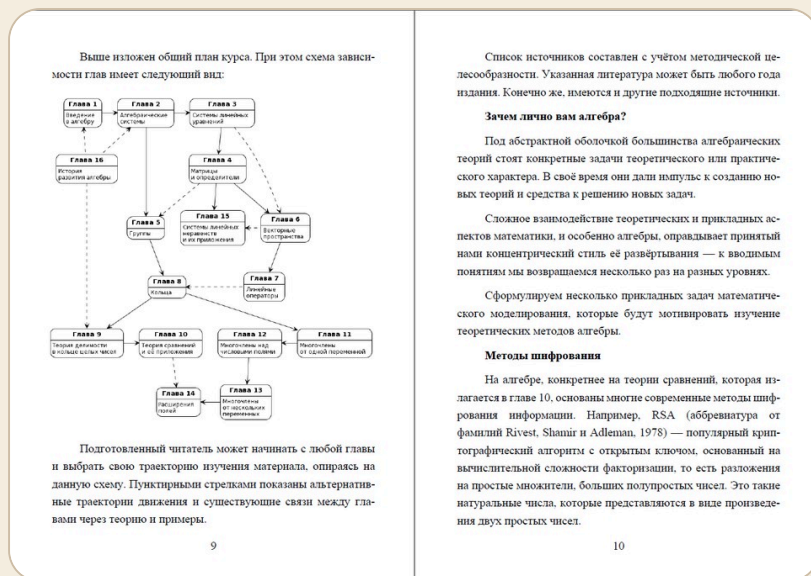
Содержание книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

9.19. Способы перевода чисел из одной системы счисления в другую	393	11.4. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера	498
9.20. Конечные цепные дроби	397	11.5. Смысл равенства многочленов	501
9.21. Подходящие дроби и их свойства	401	11.6. Деление с остатком	504
Глава 10. Теория сравнений и её приложения	408	11.7. Наибольший общий делитель многочленов	508
10.1. Сравнения в кольце целых чисел	409	11.8. Свойства НОД многочленов	513
10.2. Приложения сравнений	413	11.9. НОК многочленов	518
10.3. Кольцо классов вычетов	416	11.10. Неприводимые многочлены	519
10.4. Полные системы вычетов	419	11.11. Каноническое разложение многочлена	523
10.5. Группа обратимых элементов кольца классов вычетов	422	11.12. Формальная производная многочлена	526
10.6. Приведённые системы вычетов	424	11.13. Кратные множители и кратные корни многочлена	530
10.7. Функция Эйлера	427	11.14. Прямые многочлены	533
10.8. Теоремы Эйлера и Ферма	430	11.15. Факториальность кольца многочленов	539
10.9. Сравнения с одним неизвестным	432	11.16. Поле разложения многочлена	542
10.10. Сравнения первой степени	435	Глава 12. Многочлены над числовыми полями	547
10.11. Системы сравнений	440	12.1. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел	548
10.12. Сравнения высших степеней по простому модулю	442	12.2. Многочлены над полем действительных чисел	557
10.13. Сравнения по составному модулю	443	12.3. Решение уравнений малых степеней	560
10.14. Порядок числа и класса вычетов по модулю	447	12.4. Приводимость многочленов над полем рациональных чисел	571
10.15. Первообразные корни по простому модулю	451	12.5. Целые и рациональные корни многочлена	574
10.16. Идеалы по простому модулю	455	12.6. Отделение действительных корней многочлена	578
10.17. Двучленные сравнения	459	Глава 13. Многочлены от нескольких переменных	587
10.18. Вычеты и невычеты	461	13.1. Кольцо многочленов от нескольких переменных	588
10.19. Символ Лежандра	463	13.2. Свойства кольца многочленов от нескольких переменных	594
10.20. Конечные систематические дроби	468	13.3. Лексикографическое упорядочение	599
10.21. Бесконечные систематические дроби	472	13.4. Симметрические многочлены	602
10.22. Периодические систематические дроби	476	13.5. Основная теорема о симметрических многочленах	606
10.23. Принципы делимости	483	13.6. Формулы Вьета	609
Глава 11. Многочлены от одной переменной	488	13.7. Результант. Исключение неизвестных	611
11.1. Кольцо многочленов от одной переменной	489	Глава 14. Расширения полей	619
11.2. Степень многочлена от одной переменной	492	14.1. Простое расширение поля	620
11.3. Корни многочлена	495	14.2. Конечные и алгебраические расширения поля	630
	760		761

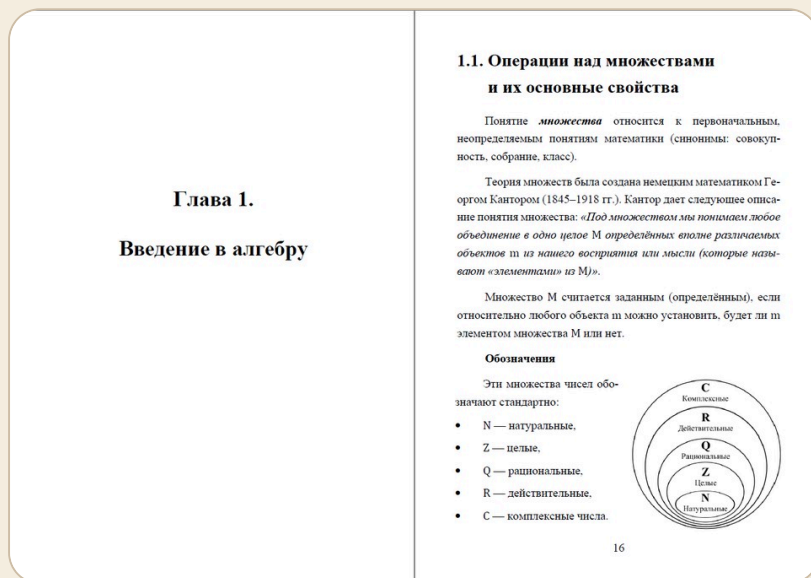
Содержание книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

14.3. Составное алгебраическое расширение поля	633	Покупайте и читайте другие книги автора	
14.4. Алгебраическое первообразное расширение поля	637		История математики
14.5. Строение поля разложения многочлена	641		Из книги «История математики» вы узнаете о математике как о части общечеловеческой культуры и науки. Мы представим её в хронологическом порядке, а к некоторым разделам истории математики обратимся несколько раз. Такой подход называется концентрическим. Богато иллюстрированный материал позволит вам познакомиться с тем, кто творил историю математики.
14.6. Поле алгебраических чисел	643		Книга будет полезна не только специалистам, но и всем, кто интересуется историей наук. Об этом вам не расскажут на школьных уроках и лекциях в вузе, а ведь без знания прошлого любой науки нельзя понять её настоящего и видеть будущее.
14.7. Разрешимость уравнений в радикалах	646		Почитать и купить книгу в печатном или электронном вариантах можно на сайте книги в издательстве Ridero.ru.
Глава 15. Системы линейных неравенств и их приложения	654		Ссылка на книгу: https://ridero.ru/books/istoriya_matematiki
15.1. Основные понятия теории систем линейных неравенств	655		
15.2. Следствия однородной системы линейных неравенств	662		
15.3. Критерий несостоятельности системы линейных неравенств	668		
15.4. Неотрицательные решения системы линейных уравнений	673		
15.5. Базисные решения системы линейных уравнений	676		
15.6. Неотрицательные решения системы неравенств	683		
15.7. Задачи линейного программирования	686		
15.8. Двойственные задачи	692		
15.9. Симплекс-метод	696		
15.10. Симплекс-метод и вычисление неотрицательных решений	705		
15.11. Транспортная задача	710		
Глава 16. История развития алгебры	720		
Список источников	754		
	762		

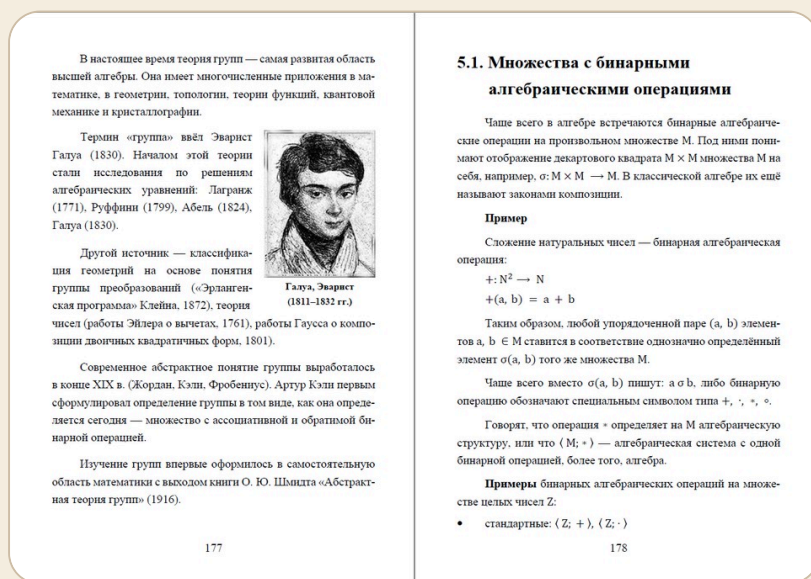
Содержание книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)



Страницы 9–10 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)



Страницы 15–16 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)



Страницы 177–178 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

9.4. НОД двух чисел.

Алгоритм Евклида

Один из способов нахождения НОД вытекает непосредственно из его определения. Выписывают все положительные делители, затем выбирают среди них общие делители и среди них ищут тот, который делится на все общие делители. Это число и будет НОД.

Пример. $(18, 24) = 6$. Положительные общие делители этих чисел: 1, 2, 3 и 6. Общий делитель 6 делится на все общие делители.

Но этот способ не эффективен. Отметим более рациональный способ нахождения НОД сначала для двух чисел, а затем для нескольких чисел.

Способ нахождения НОД двух чисел был описан Евклидом в его труде «Начала» (III век до н. э.). Этот метод получил название *алгоритма Евклида*. Это самый древний из существующих теоретико-числовых алгоритмов.

Его доказательство опирается на две леммы.

Лемма. Если $a \mid b$, то $(a, b) = a$.

Доказательство

1. $a \mid b$, $b \mid b$ — b общий делитель.
2. Если $a \mid \delta$, $b \mid \delta$, то $b \mid \delta$.

353

Из 1–2 следует, что $(a, b) = b$. ■

Лемма. Если $a = bq + r$, $a, b, r \neq 0$, то $(a, b) = (b, r)$.

Доказательство. Пусть $(a, b) = d$.

1. $a \mid d$, $b \mid d \rightarrow r = (a - bq) \mid d$
2. $b \mid \delta$, $r \mid \delta \rightarrow a \mid \delta \rightarrow d \mid \delta$

Из 1–2 следует, что $(b, r) = d$. ■

Теорема (алгоритм Евклида)

Если разделить a с остатком на b , затем разделить b с остатком на полученный остаток, затем разделить с остатком первый остаток на второй остаток, и так далее, то последний, отличный от нуля, остаток равен НОД (a, b) .



Евклид
(ок. 325–265 гг. до н. э.)

Доказательство
Алгоритм Евклида — это алгоритм последовательного деления с остатком. Распишем описанный процесс.

Можно предположить, что $a > b > 0$.

$$a = bq_0 + r_1, 0 < r_1 < b$$

$$b = r_1q_1 + r_2, 0 < r_2 < r_1$$

$$r_1 = r_2q_2 + r_3, 0 < r_3 < r_2$$

...

354

Страницы 353–354 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

11.4. Деление многочлена на двучлен.

Схема Горнера

Чтобы разделить многочлен $f(x) = a_nx^n + \dots + a_1x + a_0 \in K[x]$ на двучлен $(x - c)$, $c \in K$, удобно использовать *схему Горнера*.

$$f(x) = (x - c)q(x) + r$$

$$q(x) = b_{n-1}x^{n-1} + \dots + b_1x + b_0$$

$$r = f(c) \text{ — по теореме Безу.}$$

Раскроем скобки, приведем подобные члены и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях x .

$$\begin{aligned} (x - c)(b_{n-1}x^{n-1} + \dots + b_1x + b_0) + r &= \\ &= b_{n-1}x^n + (b_{n-2} - cb_{n-1})x^{n-1} + \dots + \\ &+ (b_0 - cb_1)x + (r - cb_0) \end{aligned}$$

$$a_n = b_{n-1}, a_{n-1} = b_{n-2} - cb_{n-1}, \dots$$

$$\dots, a_1 = b_0 - cb_1, a_0 = r - cb_0$$

$$b_{n-1} = a_n, b_{n-2} = cb_{n-1} + a_{n-1}, \dots$$

$$\dots, b_0 = cb_1 + a_1, r = cb_0 + a_0$$

Коэффициенты частного и остаток можно получить последовательно при помощи одностопных вычислений, которые можно представить в виде таблицы (схемы вычислений):

498



Горнер, Уильям Дордж
(1786–1837 гг.)

	a_n	a_{n-1}	...	a_1	a_0
c	b_{n-1}	b_{n-2}	...	b_0	r

Приложения схемы Горнера

1. Схема Горнера может быть использована для деления многочлена на двучлен, для вычисления значения многочлена при заданном значении переменной.

Пример. $f(x) = 2x^3 + x^2 - 2x^2 + 9$ разделить на $(x + 2)$ и вычислить $f(-2)$.

	2	1	–2	0	9
–2	2	–3	4	–8	25

$$f(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x - 8)(x + 2) + 25, f(-2) = 25$$

2. Схему Горнера удобно использовать при разложении многочлена $f(x)$ по степеням двучлена $(x - c)$.

$$f(x) = a_nx^n + \dots + a_1x + a_0$$

Выполняем многократно деления с остатком на $(x - c)$:

$$f = (x - c)q_0 + r_0, \deg q_0 = n - 1$$

$$q_0 = (x - c)q_1 + r_1, \deg q_1 = n - 2$$

...

$$q_{n-2} = (x - c)q_{n-2} + r_{n-2}, \deg q_{n-2} = 1$$

$$q_{n-2} = (x - c)q_n + r_{n-1}$$

499

Страницы 498–499 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

13.6. Формулы Виета

Пусть K — числовое кольцо ($K \subset \mathbb{C}$). Известно, что любой многочлен $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n \in K[x]$ степени n имеет ровно n комплексных корней $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{C}$, считая каждый корень столько раз, какова его кратность, и разлагается на линейные множители:

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \dots (x - \alpha_n)$$

Приравняем коэффициенты двух записей многочлена $f(x)$:

$$\begin{cases} a_1 = -a_0(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) \\ a_2 = a_0(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \dots + \alpha_{n-1}\alpha_n) \\ \dots \\ a_n = (-1)^na_0\alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_n \end{cases}$$

В правых частях полученных равенств стоят значения элементарных симметрических многочленов $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ от корней многочлена $f(x)$. Перепишем их следующей форме:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = -\frac{a_1}{a_0} \\ \sigma_2 = \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \dots + \alpha_{n-1}\alpha_n = \frac{a_2}{a_0} \\ \dots \\ \sigma_n = \alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0} \end{cases}$$

$$\text{Сокращённо, } \sigma_k = (-1)^k \frac{a_k}{a_0}, 1 \leq k \leq n.$$

Эти формулы, выражающие зависимость между корнями и коэффициентами многочлена, называются *формулами Виета*. Если многочлен $f(x)$ нормирован ($a_0 = 1$), то формулы Виета упрощаются: $\sigma_k = (-1)^ka_k$.

609

Для многочлена второй степени $f(x) = x^2 + px + q$, получаются известные формулы Виета элементарной алгебры, которые обычно записывают так:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1x_2 = q \end{cases}$$

Следствие

Пусть многочлен $f(x) \in K[x]$, $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ и $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{C}$ — его корни. Если $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ — симметрический многочлен над K , то $\varphi(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in K$.

Доказательство

По основной теореме о симметрических многочленах существует $\psi \in K[x_1, \dots, x_n]$, такой, что:

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = \psi(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$$

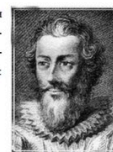
Положим в этом равенстве $x_i = \alpha_i, 1 \leq i \leq n$.

$$\varphi(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \psi(\sigma_1(\alpha_1, \dots, \alpha_n), \dots, \sigma_n(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) =$$

$$= \psi(-a_1, a_2, \dots, (-1)^na_n) \in K$$

так как $a_i \in K$ и коэффициенты ψ принадлежат K . ■

Замечание. Описанный алгоритм позволяет вычислить значение любого симметрического многочлена от корней данного многочлена, не находя сами корни.



Виет, Франсуа
(1540–1603 гг.)

610

Страницы 609–610 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

15.11. Транспортная задача

Транспортная задача — одна из классических задач линейного программирования. Она решается в процессе рационализации поставок и оптимального планирования грузопотоков, организации работы транспортных предприятий.

Постановка задачи

Однородный груз сосредоточен в m пунктах отправления $A_1, \dots, A_m$ (поставщики) в количестве $a_1, \dots, a_m$ единиц соответственно. Необходимо их доставить в n пунктов назначения $B_1, \dots, B_n$ (потребители), причём в количестве $b_1, \dots, b_n$ единиц соответственно.

Мы принимаем условие:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (1)$$

означающее, что суммарный запас груза равен суммарной потребности в нём.

Такая модель называется *закрытой*.

Известна стоимость c_{ij} перевозки единицы груза от поставщика A_i к потребителю B_j . Требуется найти оптимальный план перевозок, то есть рассчитать, сколько груза должно быть отправлено из каждого пункта отправления и в какой пункт назначения, и при этом суммарная стоимость перевозок была наименьшей. Все грузы должны быть вывезены и все потребности должны быть удовлетворены.

Неизвестными в этой задаче являются m неотрицательных чисел $x_{ij} \geq 0$ ($1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$) — количество единиц груза, запланированных к перевозке из пункта A_i в пункт B_j :

$$A_i \rightarrow B_j$$

Условие и схему решения транспортной задачи обычно записывают в виде таблицы, называемой *матрицей планирования* (или матрицей перевозок).

Потребитель \ Поставщик	Потребитель			Запасы
	B_1	$\dots$	B_n	
A_1	c_{11}	$\dots$	c_{1n}	a_1
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
A_m	c_{m1}	$\dots$	c_{mn}	a_m
Потребности	b_1	$\dots$	b_n	$\sum a_i = \sum b_j$

Математическая модель задачи

Система ограничений состоит из $(m + n)$ уравнений.

Все грузы должны быть вывезены:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad 1 \leq i \leq m \quad (2)$$

Страницы 710–711 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

Глава 16.

История развития алгебры

При изучении любой научной или учебной темы важна актуализация её истории. Мы тоже приводили подходящие исторические данные к некоторым алгебраическим темам. Но надо признать, что мы не можем претендовать на полное изложение как всей алгебры, так и её богатой фактами истории.

А нужно ли вообще интересоваться тем, что происходило в алгебре тысячи лет назад, и тратить время на изучение её истории? Мы считаем, что история алгебры даёт примеры удивительных достижений людей и открытий творцов науки, которые ценны не только для математики, но и для всей человеческой культуры. Забыть их было бы вопиющей неблагодарностью.

В современных программах и учебниках алгебры её истории редко уделяют внимание. Мало кто знает истоки и определение её предмета. Между тем, изучение истории позволяет решать многие мировоззренческие и методические задачи.

Например, любой школьник из учебников геометрии знает, что «геометрия» — это «землемерие», и её первыми обосновали древние греки. А вот про арабские корни «алгебры» почти ничего не сообщается. При этом их различное происхождение ощущается даже в школьном курсе математики. Скажем сразу же, что происхождение термина «алгебра» связывают с сочинением **Мухаммеда ибн Муса аль-Хорезми**



Аль-Хорезми, Мухаммед ибн Муса (787–850 гг.)

Страницы 720–721 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

В XIX веке российские математики внесли существенный вклад в математику, в том числе и в алгебру.

Лобачевский Николай Иванович (1792–1856) — великий русский математик, гениальный геометр, творец неевклидовой геометрии. Вся его жизнь связана с Казанским университетом. Лобачевский внёс большой вклад и в другие области математики. Он дал общее определение функциональной зависимости, позже введённой Дирихле. В своей книге «Алгебра, или исчисление конечных» (1834) он дал метод приближённого вычисления корней алгебраических уравнений высших степеней («метод Лобачевского»). Также он внёс значительный вклад в теорию определителей.



Лобачевский, Николай Иванович (1792–1856 гг.)

Во главе русской математики середины и второй половины XIX века стоял **Пафнутий Львович Чебышёв** (1821–1894), основатель Петербургской математической школы. Большое число работ учёного посвящено теории чисел. Он установил асимптотический закон распределения простых чисел. Его именем названы полиномы, называемые отклоняющиеся от нуля («полиномы Чебышёва»).

В первой половине XX века возникла концепция аксиоматического построения всей математики. Согласно этой

концепции, «*в основе всей математики лежит чистая теория множеств*» (А. Колмогоров). Немецкий математик **Эрнст Цермело** (1871–1953) дал первую систему аксиом теории множеств (1908), она включала 7 аксиом. Позже была аксиоматизирована алгебра и многие другие математические теории.

В двадцатые годы XX века алгебра бурно развивалась. Она перестраивалась по образу теории групп, становясь учением об алгебраических системах. Изменился предмет алгебры — теперь она изучает алгебраические системы. Прежняя наука о решении алгебраических уравнений осталась лишь разделом в современной алгебре. Новую постановку алгебраических проблем дал немецкий математик **Эрнст Штайниш** (1871–1928) в своём мемюаре «Алгебраическая теория полей» (1910).

В конце тридцатых годов XX века группа французских математиков объединилась, чтобы построить всю математику на аксиоматической основе. Результатом их деятельности стал многотомный трактат «Элементы математики» (1939), изданный под псевдонимом **Никола Бурбаки**, фундаментом которой была теория множеств.

В течение века произошла алгебраизация всей математики. Среди тех, кто в значительной степени способствовал этому процессу, стоит отметить немецкого математика **Эмиля Нётера** (1882–1935), создавшую «абстрактную алгебру» (учебник «Современная алгебра», 1931), и её ученика, голландского математика и историка математики **Бартеля Леендерта ван дер Вардена** (1903–1996) (образцовый учебник общей алгебры

Страницы 748–749 из книги «Библия математика. Основы высшей и линейной алгебры» (2024) · [Источник](#)

P. S. Также вы можете ознакомиться с другим моим фундаментальным трудом — книгой «История математики». Подробно о ней я писал в статье «История математики — для настоящих математиков».