



Гильмуллин, М. Ф. Хитрые солдаты в корчме // Математика с Мансур-абый. 2025. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-a319495ed9d8-ru/>. Дата публикации: 09.04.2025.

ЗАДАЧА

Хитрые солдаты в корчме

Предлагаем для вашего математического досуга старинную задачу из книги «В царстве смекалки» Емельяна Игнатьевича Игнатьева.

Мансур Гильмуллин · 09.04.2025 · RU

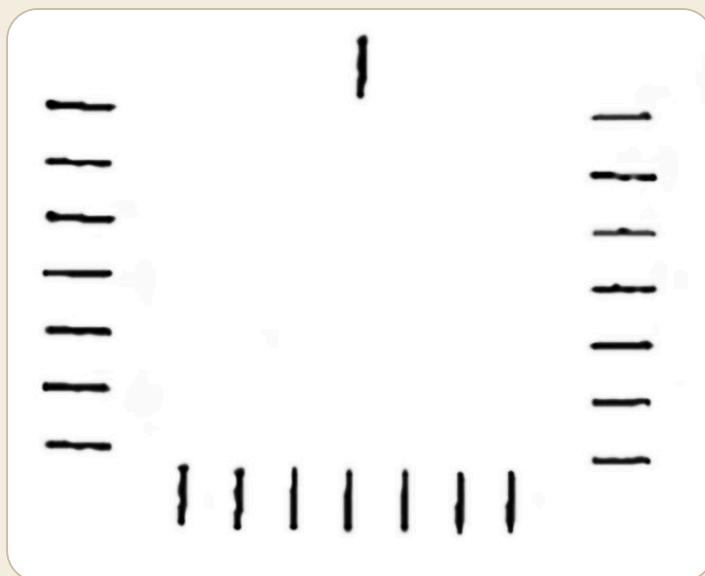
[Статья на сайте журнала](#)



Тильборх, Гиллис ван - Караульня.jpg, Картина Гиллиса ван Тильборха (ок. 1625 — ок. 1678) «Караульня», из коллекции Эрмитажа · [Источник](#)

Предлагаем для вашего математического досуга старинную задачу из книги «В царстве смекалки» Емельяна Игнатьевича Игнатьева:

«В корчме стояло четыре стола, образуя четырёхугольник. Проголодавшиеся, возвращавшиеся с манёвров солдаты остановились там в числе 21 человека пообедать и пригласили к обеду и хозяина. Расселись все так: за тремя из столов сели солдаты — по 7 за каждый стол, а за четвёртым столом сел хозяин».



Схематическая раскладка солдат к задаче Емельяна Игнатьевича · [Источник](#)

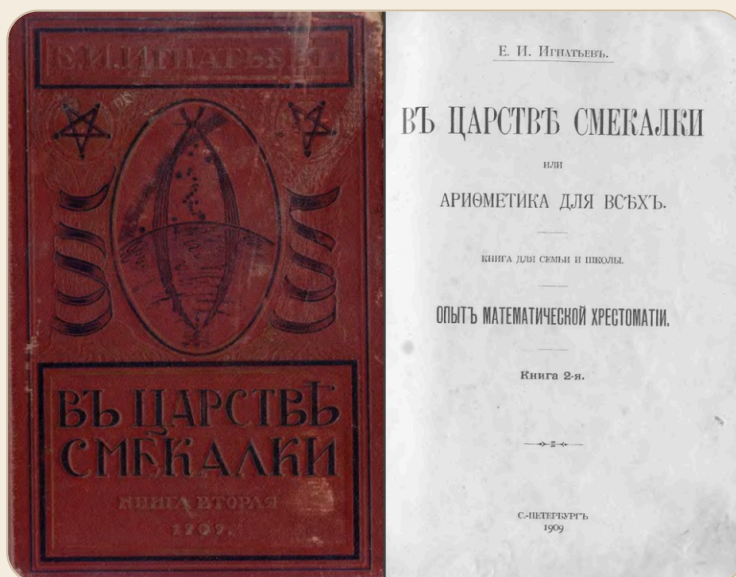
«Солдаты уговорились с хозяином, что платить по счёту будет тот, кто останется последним при следующем условии: считая в круговую (по часовой стрелке) всех, в том числе и хозяина, освободить каждого седьмого. Каждый освобождённый уходил из корчмы и последним остался сам хозяин. С кого начали счёт?»

Е. И. Игнатьев даёт только ответ: *«надо начинать счёт с 6-го солдата, сидящего по левую руку от хозяина»*. Метод решения не приводится.

Попробуйте сами, например, аналогично найти, с кого нужно было бы начать, если бы солдат было по 4 за каждым из трёх столов?

Ну а мы попросим вас объяснить, почему это так надо считать. Решение приведём в конце статьи.

Историческая справка



Игнатьев Е. И. В царстве смекалки или арифметика для всех. — Ч. 1–3 — СПб, В. Л. Богушевский, 1908–1911 · [Источник](#)

Емельян Игнатьевич Игнатьев (1869–1923) — российский и советский педагог-математик и автор научно-популярных книг. Наиболее известное произведение Игнатьева — «В царстве смекалки», выпущенное в 1908–1911 гг. в трёх томах:

Игнатьев Е. И. В царстве смекалки или арифметика для всех. — Ч. 1–3 — СПб, В. Л. Богушевский, 1908–1911.

Задача похожа на историческую задачу Иосифа Флавия, известную ещё с 1612 года, когда французский математик Баше де Мезириак опубликовал эту задачу в своём сборнике *Problem es Plaisants*. Сюжет задачи основан на истории, описанной Иосифом Флавием в своём историческом труде «Иудейская война».

1.3 ЗАДАЧА ИОСИФА ФЛАВИЯ

Последний из наших предварительных примеров представляет собой один из вариантов античной задачи, известной имя Иосифа Флавия — известного историка первого века. Существует легенда, что Иосиф выжил и стал известным благодаря математической одарённости. В ходе иудейской войны он в составе отряда из 41 иудейского воина был захвачен римлянами в плену. Предпочитая самоубийство плену, воины решили выстроиться в круг и последовательно убивать каждого третьего из живых до тех пор, пока не останется ни одного человека. Однако Иосиф, наряду с одним из своих единомышленников, счёл подобный конец бессмысленным — он быстро вычислил спасительные места в порочном круге, на которые поставил себя и своего товарища.

В нашем варианте мы начнём с того, что выстроим в круг n человек, пронумерованных числами от 1 до n , и будем исключать каждого второго из оставшихся до тех пор, пока не останется только один человек. Вот, к примеру, исходное расположение при $n = 10$.

Порядок исключения — 2, 4, 6, 8, 10, 3, 7, 1, 9, так что остаётся номер 5. Задача: определить номер уцелевшего, $J(n)$.

Мы только что выяснили, что $J(10) = 5$. Можно было бы предположить, что $J(n) = n/2$ при чётном n , тем более, что случай $n = 2$ подтверждает наше предположение: $J(2) = 1$. Однако некоторые другие частные случаи разочаровывают нас — предположение нарушается при $n = 4$ и $n = 6$.

n	1	2	3	4	5	6
$J(n)$	1	1	3	1	3	5

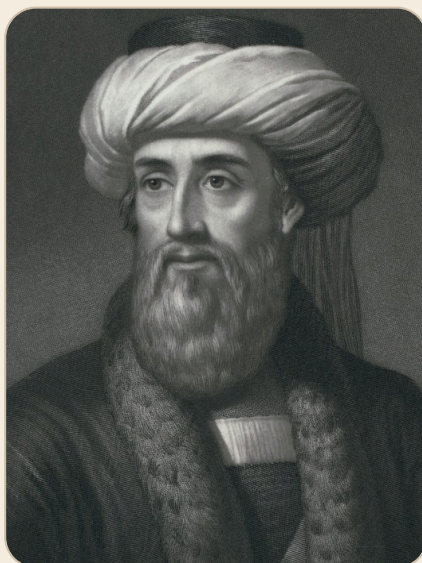
Придётся вернуться к таблице и попробовать сделать лучше предположение. Гм-м... Кажется, $J(n)$ всегда будет нечётно. И в самом деле, для этого имеется веское основание: первый обход по кругу исключает все чётные номера. К тому же, если само n чётно, мы приходим к ситуации, подобной той, с которой начали, за исключением того, что остаётся вдвое меньше людей и их номера уменьшаются.

Вот случай, когда $n = 0$ не имеет смысла.

Даже недавняя легенда — не лучше трёх времени, поскольку она позволяет выжить в задаче.

Историческая задача Иосифа Флавия из книги Кнута «Конкретная математика. Математические основы информатики» (2009) · [Источник](#)

Она заключается в следующем: по кругу стоит 41 воин, начиная с первого воина они убивают каждого третьего. Спрашивается, в каком месте нужно встать, чтобы остаться последним выжившим.



Воображаемый портрет Иосифа Флавия. Иллюстрация Томаса Аддиса Эммета, 1880 · [Источник](#)

Иосиф Флавий (лат. Josephus Flavius, ок. 37 – ок. 100 н. э.) — древнееврейский историк и военачальник. Он известен дошедшими до нас на греческом языке трудами — «Иудейская война» (о восстании 66–71 годов) и «Иудейские древности» (где изложена история евреев от сотворения мира до Иудейской войны).

Решение

Алгоритм решения задачи есть в книге:

Дональд Кнут, Роналд Грэхем, Орен Паташник. Конкретная математика. Математические основы информатики. Concrete Mathematics. A Foundation for Computer Science : [пер. с англ.]. — 2-е изд. — М. : Вильямс, 2009. — 784 с.

Это известная в компьютерной алгебре задача на рекуррентные соотношения. Она часто предлагается как тестовая задача в различных ситуациях, в том числе и на собеседованиях.

Используем известные рекуррентные формулы задачи Иосифа Флавия. В более общей формулировке участвует n воинов, которые считаются по кругу, и убивают каждого k -го. Номер безопасного места, то есть последнего выжившего обозначим $J(n, k)$.

Попробуем смоделировать процесс. Создаём список из 22 элементов (0 — хозяин, 1–21 — солдаты).

Известна такая рекуррентная формула на языке модулярных вычислений:

$J(n, k) = (J(n - 1, k) + k) \bmod n$, где $J(1, k) = 0$.

В классической задаче Иосифа Флавия для $n = 22$ и $k = 7$ позиция последнего выжившего вычисляется по формуле $J(22, 7)$. Но здесь нужно обратное: зная, что последний — позиция 0 (хозяин), найти стартовую позицию. Если при стандартном начале с позиции 0 последний выживший — это $J(n, k)$, то чтобы последней была позиция x , нужно начать с позиции $(x - J(n, k)) \bmod n$. Формула стартовой позиции тоже известна: $S = (x - J(n, k)) \bmod n$, где x — желаемый последний выживший.

Тогда для нашей задачи: $n = 22$, $k = 7$, $x = 0$ (хозяин). Вычисляется рекуррентно (попробуйте вручную), что $J(22, 7) = 16$.

$$\begin{aligned} J(1, 7) &= 0, \\ J(2, 7) &= (J(1) + 7) \bmod 2 = (0 + 7) \bmod 2 = 1, \\ J(3, 7) &= (1 + 7) \bmod 3 = 8 \bmod 3 = 2, \dots \\ J(21, 7) &= (2 + 7) \bmod 21 = 9 \bmod 21 = 9, \\ J(22, 7) &= (9 + 7) \bmod 22 = 16 \bmod 22 = 16. \end{aligned}$$

Нам же нужно, чтобы последний был 0. Тогда по формуле:

$$S = (0 - 16) \bmod 22 = (-16) \bmod 22 = 6$$

То есть начать счёт нужно с позиции 6.

Проверка: если расставить всех участников по кругу (0 — хозяин, 1–21 — солдаты) и начать счёт с 6-й позиции, последовательное удаление каждого 7-го приведёт к тому, что последним останется хозяин.

Ответ: надо начинать счёт с 6-го солдата, сидящего по левую руку от хозяина.