



Гильмуллин, М. Ф. Аль-Бируни и измерение Земли: как вычислить радиус планеты с одной горы // Математика с Мансур-абый. 2026. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-ab5d27d34d50-ru/>. Дата публикации: 24.04.2026.

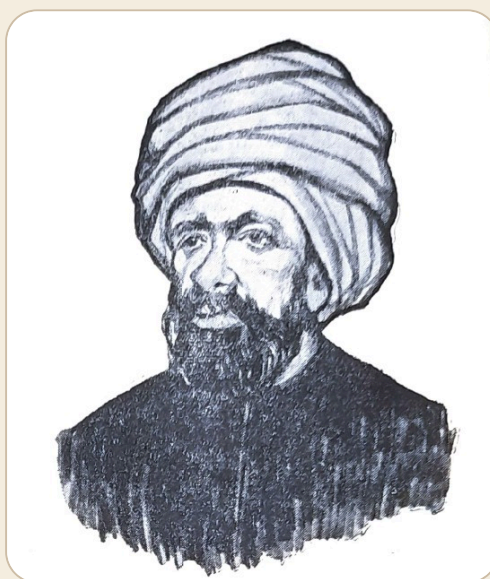
ОЧЕРК

Аль-Бируни и измерение Земли: как вычислить радиус планеты с одной горы

Когда в школе вспоминают об измерении Земли, обычно называют Эратосфена. Но в XI веке другой великий учёный — Абу Райхан аль-Бируни...

Мансур Гильмуллин · 24.04.2026 · RU

[Статья на сайте журнала](#)

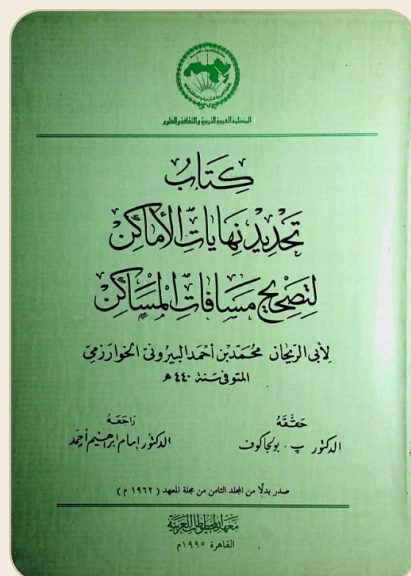


Позднее условное изображение аль-Бируни из книги Sayr mulhimah: min al-Sharq wa-al-Gharb, 1961 · [Источник](#)

Когда в школе вспоминают об измерении Земли, обычно называют Эратосфена. Но в XI веке другой великий учёный — Абу Райхан аль-Бируни — предложил иной путь. Он не стал измерять длинную дугу меридиана между двумя городами. Он показал, что в некоторых условиях достаточно одной горы, нескольких углов и умелого применения тригонометрии. Именно этим его метод и запоминается: геодезическая задача сводится к ясной геометрической схеме.

Аль-Бируни родился в 973 году в Хорезме и стал одним из крупнейших учёных исламского мира. Он занимался астрономией, математикой, географией, хронологией, историей и естествознанием. Britannica — авторитетная англоязычная энциклопедия — называет его

одним из самых оригинальных полиматов средневекового Востока, а MacTutor — архив по истории математики Сент-Эндрюсского университета — отдельно отмечает его вклад в геодезию и триангуляцию. Трактат Taḥdīd nihāyāt al-amākin li-taṣḥīḥ masāfāt al-masākin — обычно его сокращённо называют просто «Тахдид» — считается главным трудом аль-Бируни по математической географии.



Титульная страница арабского издания трактата «Тахдид» · [Источник](#)

Аль-Бируни был не только астрономом и математиком, но и выдающимся географом. Его интересовали координаты городов, размеры Земли, способы измерения расстояний и вообще связь между наблюдением, картой и числом. Не случайно с его именем связывают и карту распределения суши и моря: для него география была не описанием чудес света, а точной наукой о пространстве Земли.



Карта распределения суши и моря (1029), приписываемая аль-Бируни · [Источник](#)

До аль-Бируни размер Земли обычно пытались определить через измерение дуги: нужно было узнать, какому расстоянию на поверхности соответствует изменение широты на один градус. Так шёл Эратосфен, так действовали и арабские геодезисты эпохи аль-Мамуна. Метод

работал, но требовал большой полевой работы: длинных измерений на местности, аккуратной прокладки направления и надёжной оценки расстояний. На этом фоне идея аль-Бируни выглядела иначе: вместо длинной дуги — одна отдельно стоящая гора и наблюдение горизонта с её вершины. Britannica прямо противопоставляет этот путь более ранним измерениям дуги меридиана.



Руины Нанданы в Соляном хребте — место, с которым историки связывают измерения аль-Бируни · [Источник](#)

С аль-Бируни традиционно связывают крепость Нандана в нынешнем Пакистане. В материалах UNESCO именно Нандана названа местом, где он вычислил радиус и окружность Земли в 1018 году. Эта локация давно вошла в научную и популярную литературу, хотя детали его наблюдений обсуждаются и сегодня. Для нас важнее другое: сам метод действительно описан у аль-Бируни и стал классическим примером средневековой геодезии.

Метод аль-Бируни

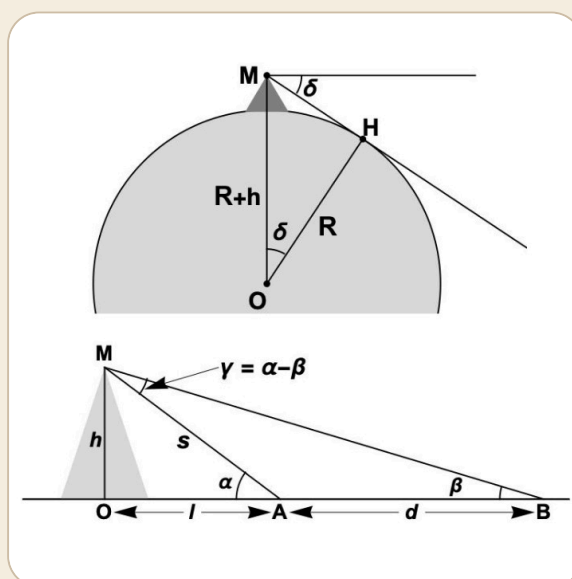


Схема двух шагов метода аль-Бируни: сверху — угол падения горизонта и радиус Земли, снизу — измерение высоты горы по двум углам · [Источник](#)

Суть метода удобно разделить на два шага.

Сначала нужно определить высоту горы. Для этого измеряются углы возвышения вершины из двух точек на равнине, лежащих на одной прямой с горой. Если расстояние между точками равно d , а углы возвышения равны α и β , то в современной записи высота h выражается так:

$$h = d \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta / (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$$

Это уже само по себе хорошая задача по школьной тригонометрии. Современные разборы метода подчёркивают, что аль-Бируни сначала находил высоту горы, а затем переходил ко второму, главному этапу.

Дальше он поднимался на вершину и измерял угол падения горизонта. Если смотреть с вершины на видимый горизонт, линия горизонта окажется чуть ниже идеальной горизонтали в точке наблюдения. Обозначим этот малый угол через δ . Тогда из прямоугольного треугольника «центр Земли — вершина горы — точка касания луча зрения с поверхностью» получается соотношение:

$$\cos \delta = R / (R + h)$$

где R — радиус Земли.

Отсюда

$$R = h \cdot \cos \delta / (1 - \cos \delta)$$

Вот теперь хорошо видна вся сила замысла аль-Бируни. Огромный радиус планеты выражается через высоту одной горы и очень маленький угол. Историки науки и картографии описывают именно такую геометрию метода.



Средневековая исламская сферическая астролябия, ок. 1480, хранится в Музее истории науки в Оксфорде ·

[Источник](#)

Для таких наблюдений в средневековой астрономии и геодезии использовали угломерные инструменты, прежде всего астролябии и их разновидности. Об этом мы уже писали в нашей статье [«Астролябия»](#).

Для читателя здесь есть простая математическая мысль. Угол δ очень мал — всего несколько минут дуги. Поэтому в знаменателе стоит число, близкое к нулю, и именно из-за этого радиус получается огромным. Используя теорию приближённых вычислений, при $\delta \rightarrow 0$ можно считать так:

$$1 - \cos \delta \approx \delta^2 / 2$$

А $\cos \delta$ при $\delta \rightarrow 0$ стремится к 1.

Тогда

$$R \approx 2h / \delta^2$$

если δ измеряется в радианах.

Чтобы формулы не оставались отвлечёнными, полезно проделать небольшие вычисления. Если взять высоту горы $h \approx 313$ м, а угол падения горизонта $\delta = 34'$, то формула выше даёт радиус порядка $6,4 \times 10^6$ м, то есть около 6400 км. Это уже очень близко к реальному масштабу Земли. Именно поэтому результат аль-Бируни так часто приводят как один из самых ярких примеров точности средневековой науки. Но современные авторы напоминают: здесь многое зависит от реконструкции исходных единиц измерения и от того, учитывать ли атмосферную рефракцию.

Традиционно результат аль-Бируни переводят как величину порядка 6339,6 км. Именно это число приводит MacTutor, добавляя, что подобной точности в Европе не получили вплоть до XVI века. Но с этим числом лучше обращаться осторожно. Современные исследователи указывают по меньшей мере на две трудности. Во-первых, средневековые меры длины не переводятся в современные километры совершенно однозначно. Во-вторых, аль-Бируни, по-видимому, не вводил поправку на атмосферную рефракцию, а при столь малом угле она уже заметна. Поэтому честнее говорить так: его метод был блестящим, а знаменитая «почти идеальная точность» зависит от того, как именно восстановить условия расчёта.

Небольшая задача по мотивам аль-Бируни

В двух точках на одной прямой по направлению к горе стоят наблюдатели. Расстояние между ними равно $d = 1000$ м, а углы возвышения вершины, наблюдаемые из этих точек, равны 35° и 25° соответственно. Чему равна высота горы?

Решение. Можно опираться на схему с горой и Землёй, выше в статье. Высота горы выражается так:

$$h = 1000 \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 25^\circ / (\operatorname{tg} 35^\circ - \operatorname{tg} 25^\circ)$$

Вычисляя, получаем примерно:

$$h \approx 1396 \text{ м}$$

Это, конечно, не историческое измерение аль-Бируни, а просто современный учебный пример по его схеме. Но он хорошо показывает, что вся конструкция опирается на вполне доступную школьную тригонометрию.

Послесловие

История науки особенно интересна там, где за красивой формулой стоит ясная мысль. Аль-Бируни важен не только тем, что получил удачное число для радиуса Земли. Гораздо важнее сам ход его рассуждений: вместо тяжёлых и утомительных измерений на местности — угловые наблюдения и тригонометрия. Для XI века это был очень сильный шаг. Измерить Землю не пешком по равнине, а взглядом с вершины горы — в этом есть и строгость, и редкая простота, и настоящая инженерная культура мысли.



Математика с Мансур-абый