



Гильмуллин, М. Ф. Коровы на лугу (задача из «Универсальной арифметики» И. Ньютона) // Математика с Мансур-абый. 2024. URL: <https://history-math.org/ru/publications/hm-tt-e0374073386b-ru/>. Дата публикации: 01.12.2024.

ЗАДАЧА

Коровы на лугу (задача из «Универсальной арифметики» И. Ньютона)

«При изучении наук задачи полезнее правил» И. Ньютон

Мансур Гильмуллин · 01.12.2024 · RU

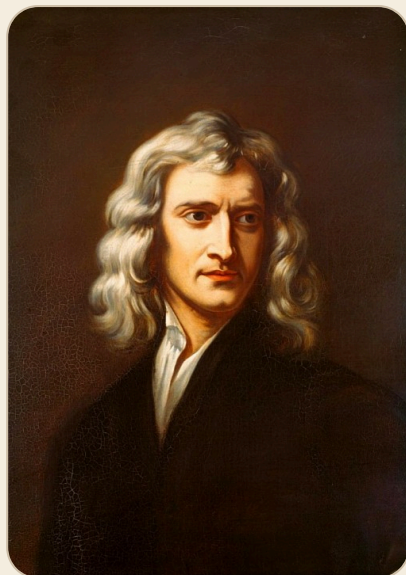
[Статья на сайте журнала](#)



Карл Отто Аслунд (1842–1917), «Коровы на лугу», 1872. Оригинал находится в Национальном музее, Стокгольм, Швеция · [Источник](#)

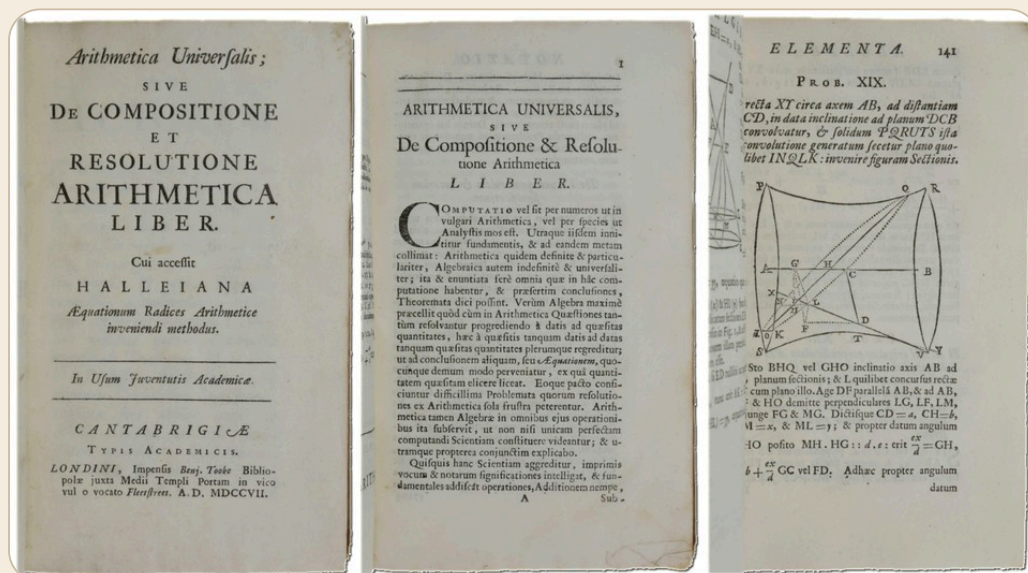
«При изучении наук задачи полезнее правил»

И. Ньютон



«Сэр Исаак Ньютон» (Isaac Newton, 1643–1727). Портрет, холст, масло. Художник: сэр Годфри Неллер (Godfrey Kneller), 1689. Академия наук, Париж, Франция · [Источник](#)

Исаак Ньютон был не только великим физиком, но и выдающимся математиком. Именно ему принадлежит открытие, независимое от Лейбница, дифференциального и интегрального исчисления. В 1707 году вышел сборник лекций Ньютона по алгебре «Универсальная арифметика» (лат. *Arithmetica Universalis*), где Ньютон приводит различные численные методы. (Эту книгу называют ещё «Всеобщая арифметика». Универсальной арифметикой Ньютон называл алгебру, и данный труд внёс существенный вклад в её развитие.) Приведённая ниже задача впервые была опубликована во «Всеобщей арифметике».



Некоторые страницы латинского издания «Всеобщей арифметики» Ньютона, 1707 · [Источник](#)

«Трава на всём лугу растёт одинаково густо и быстро. Известно, что 70 коров поели бы её в 24 дня, а 30 коров — в 60 дней. Сколько коров поели бы всю траву луга в 96 дней?»

При анализе и моделировании этой задачи многие ошибочно излагают ход решения, не учитывая, что трава всё время растёт. И в итоге они приходят к нелепым ответам, типа дробного числа коров.

В самом деле, 96 дней больше, чем 24 дня, ровно в 4 раза. Поэтому если 70 коров съедят траву в 24 дня, то, чтобы трапеза продолжалась вчетверо дольше, количество коров надо во столько же раз уменьшить, и оно становится равным $70:4 = 17,5$. Наверное, условие содержит ошибку? Нет.

Имеются различные варианты решения этой задачи. Мы приведём некоторые интересные из них. Ну и предлагаем вам самим подумать над другими решениями.

Решение задачи также разбирается Я. И. Перельманом в книге «Занимательная алгебра».

1 способ

Обозначим искомое число коров через x . Ещё введём вспомогательное неизвестное y , обозначающее количество прирастающей травы за одни сутки как долю от общего запаса травы на лугу, принимаемого за 1. Тогда количество травы, съедаемое одной коровой в сутки, равно:

- с одной стороны: $(24y + 1) / (24 \times 70)$
- с другой стороны: $(60y + 1) / (60 \times 30)$

Приравняв их, получим уравнение относительно y и его корень: $y = 1/480$.

Найдём, сколько травы за сутки съедает одна корова:

$$(24y + 1) / (24 \times 70) = 1/1600$$

За 96 дней x коров съедают $(1/1600) \cdot 96x = 96y + 1$ травы.

Используя найденное значение $y = 1/480$, получим $x = 20$.

Ответ: 20 коров.

В современных учебниках эта задача встречается как оригинальная «задача на работу».

2 способ (арифметическое решение)

Предположим, что одна корова в день съедает некоторую часть травы (назовём её 1 порцией). 30 коров за 60 дней съедают 1800 порций, 70 коров за 24 дня — 1680 порций. Это означает, что за $60 - 24 = 36$ дней выросло ещё $1800 - 1680 = 120$ порций травы, которые должны съесть 30 коров. Всего они съедают $1800 + 120 = 1920$ порций. Таким образом, в ответе получится, что за 96 дней их съедят $1920:96 = 20$ коров.

3 способ (физическая интерпретация)

Этот способ был предложен И. Акуличем (журнал «Квант», 2016, №3, С. 25–26).

Переформулируем задачу на язык «Движение по реке».

«Если катер поплывёт вверх по течению реки с собственной скоростью 70 км/ч, то он доберётся до пункта назначения за 24 часа, а если он поплывёт с собственной скоростью 30 км/ч, то он доберётся до пункта назначения за 60 часов. С какой собственной скоростью ему надо плыть, чтобы достичь цели за 96 часов?»

Здесь количество коров преобразовалось в собственную скорость катера, а растущая трава — во встречное течение.

Обозначим собственную скорость катера через x , а скорость течения через y . Тогда одно и то же расстояние, которое проплыл бы катер, можно записать тремя способами, что порождает вот такую систему уравнений:

$$24(70 - y) = 60(30 - y) = 96(x - y)$$

Откуда также получается ответ: $x = 20$.

4 способ

1. $30 \times 60 = 1800$ (дней) — на столько дней одной корове хватит травы на поле и той, которая вырастет за 60 дней.
2. $70 \times 24 = 1680$ (дней) — на столько дней одной корове хватит травы на поле и той, что вырастет на нём за 24 дня.
3. $1800 - 1680 = 120$ (дней) — хватит корове травы, которая вырастет на поле за $60 - 24 = 36$ дней.
4. $1800 + 120 = 1920$ (дней) — хватит одной корове травы, что вырастет на нём за $60 + 36 = 96$ дней.
5. $1920/96 = 20$ (коров) — съедят 20 коров.

Ответ получается аналогичным: за 96 дней съедят всю траву 20 коров.